



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2544

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตอนที่ 1

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชัน

ก.  $r_1 = \{(x, y) \in R \times R / x = \sqrt{-y}\}$

ข.  $r_2 = \{(x, y) \in R \times R / xy = 0\}$

ค.  $r_3 = \{(x, y) \in R \times R / x = \ln y^2\}$

ง.  $r_4 = \{(x, y) \in R \times R / |x + y| = 1\}$

2. ให้  $p, q$  และ  $r$  เป็นประพจน์

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)]$  เป็นสัจนิรันดร์

(2) ถ้า  $(p \rightarrow q) \rightarrow \sim (r \vee q)$  มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว  $q$  จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเสมอ

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

3. ถ้า  $L$  เป็นเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับเส้นโค้ง  $y = \frac{x}{x+1}$  ที่จุด  $(1, \frac{1}{2})$

แล้ว สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับ  $L$  ที่จุด  $(1, \frac{1}{2})$  คือข้อใดต่อไปนี้

ก.  $4x - 2y - 3 = 0$

ข.  $4x + 2y - 5 = 0$

ค.  $8x + 2y - 9 = 0$

ง.  $8x - 2y - 7 = 0$

4. ในรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ถ้า  $A = 60^\circ, b = 3$  และ  $c = 2$  แล้ว  $\sin^2 C$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{1}{19}$

ข.  $\frac{1}{7}$

ค.  $\frac{3}{19}$

ง.  $\frac{3}{7}$

5. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} kx^2 & , x \leq 2 \\ 2x + k & , x > 2 \end{cases}$  โดยที่  $f$  มีความต่อเนื่องที่  $x = 2$

ดังนั้น ค่าของ  $\int_2^5 f(x)dx$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 23

ข. 25

ค. 27

ง. 29



6. ถ้า  $r = \{(x, y) \in R \times R / y \leq x^2 \text{ และ } xy \geq 1\}$  แล้ว เรนจ์ของ  $r^{-1}$  คือข้อใดต่อไปนี้

ก.  $(-\infty, -1] \cup (0, \infty)$

ข.  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

ค.  $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$

ง.  $(-\infty, 0) \cup [1, \infty)$

7. กำหนดให้  $A = \{x \in [0, 2\pi] / \sin 2x + \sec^2 x = \sin x + 2 \cos x + \tan^2 x\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน  $A$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\pi$

ข.  $\frac{3\pi}{2}$

ค.  $2\pi$

ง.  $\frac{5\pi}{2}$

8. ให้  $A, B$  และ  $C$  เป็นเซต ซึ่ง  $A - B = B - C$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $A \subset C$

(2)  $A \cup B = B \cap C$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

9. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า  $a_1, a_2, a_3$  เป็นลำดับเลขคณิต แล้ว  $a_1 + a_2, a_1 + a_3, a_2 + a_3$  เป็นลำดับเลขคณิตด้วย

(2) ถ้า  $a_1, a_2, a_3$  เป็นลำดับเรขาคณิต แล้ว  $a_1^2, a_2^2, a_3^2$  เป็นลำดับเรขาคณิตด้วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

10. ถ้า  $2^x + 5^y = 157$  โดยที่  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้ว ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ  $x + y$  อยู่ในข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\{4, 5, 6\}$

ข.  $\{6, 7, 9\}$

ค.  $\{7, 8, 10\}$

ง.  $\{5, 9, 11\}$



11. ให้  $a, b, c$  เป็นเวกเตอร์ ซึ่ง  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  และ  $|\vec{a}| = 3, |\vec{a} + \vec{b}| = 5$  และ  $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{10}$  แล้ว  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $-4 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

ข.  $-13 + 3\sqrt{10}$

ค.  $-22$

ง.  $-44$

12. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์มี 12 ข้อ ข้อที่ 1, 2, 3 ข้อละ 3 คะแนน ข้อที่ 4, 5 ข้อละ 2 คะแนน ส่วนข้ออื่นๆ มีคะแนนข้อละ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบข้อใดถูก จะได้คะแนนของข้อนั้น หากข้อใดตอบผิดได้คะแนน 0

จงหาจำนวนวิธีทั้งหมด ที่นักเรียนคนหนึ่งจะได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ 35 เปอร์เซนต์พอดี

ก. 105

ข. 126

ค. 300

ง. 333

13. ให้วงรี  $E$  มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดยอดของพาราโบลา  $y^2 - 4y + 8x - 4 = 0$

ถ้าโฟกัสจุดหนึ่งของวงรีอยู่ที่จุดซึ่งเกิดจากโคเรกตริกซ์ตัดกับแกนของพาราโบลา และวงรีผ่านจุด  $(4, 2)$

สมการของวงรี  $E$  คือข้อใดต่อไปนี้

ก.  $5(x-7)^2 + 9(y-2)^2 = 45$

ข.  $5(x-1)^2 + 9(y-2)^2 = 45$

ค.  $2(x-1)^2 + 9(y-2)^2 = 18$

ง.  $9(x-1)^2 + 5(y-2)^2 = 81$

14. ให้  $H$  เป็นไฮเพอร์โบลา  $16x^2 - 32x - 9y^2 - 36y - 164 = 0$

ถ้าพาราโบลา  $P$  มีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา  $H$  และมีโฟกัสที่จุดปลายของแกนตั้งของไฮเพอร์โบลาในควอดรันต์ที่หนึ่งแล้ว สมการของพาราโบลา  $P$  คือข้อใดต่อไปนี้

ก.  $x^2 - 2x - 16y - 31 = 0$

ข.  $x^2 + 2x - 16y - 24 = 0$

ค.  $x^2 - 2x - 4y + 12 = 0$

ง.  $x^2 + 2x - 3y + 1 = 0$

15. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ถ้าข้อมูลที่แจกแจงความถี่มีอันตรภาคชั้นเปิด จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และฐานนิยมได้ แต่หาค่ามัธยฐานไม่ได้  
 ข. สำหรับเส้นโค้งเบ้ทางขวา การเรียงลำดับที่ถูกต้อง ระหว่างค่าของค่าเฉลี่ยเลขคณิต, มัธยฐาน และฐานนิยม คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม

ค. กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง  $z = -2.575$  ถึง  $z = 2.575$  เท่ากับ 0.99

ถ้าอายุการใช้งานของหลอดไฟมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 800 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 40 ชั่วโมง จะได้ว่ามีหลอดไฟที่ใช้ได้นานน้อยกว่า 903 ชั่วโมง เท่ากับ 99%

ง. จากการวัดส่วนสูงของพนักงานชายของร้านค้าแห่งหนึ่งทั้ง 4 แผนก แต่ละแผนกมีจำนวน 15, 20, 10 และ 15 คน ส่วนสูงโดยเฉลี่ยของพนักงานชายของในแต่ละแผนกเท่ากับ 160, 152, 155 และ 150 เซนติเมตร ตามลำดับ จะได้ว่าส่วนสูงโดยเฉลี่ยของพนักงานชายของร้านนี้ทั้ง 4 แผนกเท่ากับ 154 เซนติเมตร



**ตอนที่ 2**

21. กำหนดให้ สมการจุดประสงค์ คือ  $P = x + y$

อสมการข้อจำกัด คือ  $2x - y \geq 1$

$$2x - 3y \geq -9$$

$$x - 3y \leq -2$$

$$4x + y \leq 31$$

ผลบวกของค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของ  $P$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

22. ให้  $C$  เป็นวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับวงกลม  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

ถ้า  $\ell$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  $C$  และผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา  $x^2 + 2x + 4y - 3 = 0$  โดยมีความชันเท่ากับ  $\frac{2}{3}$  แล้ว รัศมีของวงกลม  $C$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

23. ผลบวกของรากของสมการ  $(\sqrt{10 + \sqrt{99}})^x + (\sqrt{10 - \sqrt{99}})^x = 20$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

24. พื้นที่มากที่สุดของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่บรรจุภายในระหว่างพาราโบลา  $y = 5 + 4x - x^2$  กับแกน  $X$  โดยมีด้านหนึ่งอยู่บนแกน  $X$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

25. ให้  $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 \\ 1 & k & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

ถ้า  $k$  เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้  $\det(A^2 - 2A)$  มีค่าน้อยที่สุดแล้ว  $\det A$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

26. แมลงตัวหนึ่งซึ่งมีขนาดเล็กมากอยู่ที่จุด  $(2, 0)$  ในระนาบ แล้วได้ไปตามเส้นรอบวงของวงกลมที่มีรัศมี 2 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา เมื่อเวลาผ่านไป 1 นาที แมลงได้ไ้ระยะทาง  $\frac{2\pi}{3}$  หน่วย และทุกๆ นาทีถัดไป แมลงได้ไ้ระยะทางเป็น  $\frac{5}{7}$  เท่าของระยะทางที่ได้ไ้ในนาทีก่อนหน้านั้นเสมอ  
ถ้าแมลงตัวนี้ไ้ไปเรื่อยๆ จะเข้าใกล้จุดใดมากที่สุด

27. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งสอดคล้องสมการ

$$\left| \frac{1}{z-i} + 1 \right| = 1 \quad \text{และ} \quad \left| \frac{1}{z-i} - i \right| = 1$$

แล้ว  $(z+1)^{2000}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด



28. เราสามารถเลือกจำนวนเต็มที่แตกต่างกันสองจำนวนจากเซต  $\{1, 2, 3, \dots, 300\}$  ซึ่งผลต่างของสองจำนวนนี้หารด้วย 3 ลงตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี

29. กำหนดให้ ลำดับ  $a_n$  สอดคล้องสมการ

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{ทุก } n \geq 1$$

จงหาค่าของ  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

30. ให้  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $0 < a < b < c < d$

สัญลักษณ์  $[m, n]$  หมายถึง ค.ร.น. ที่เป็นบวกของ  $m$  และ  $n$

ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $\frac{1}{[a, b]} + \frac{1}{[b, c]} + \frac{1}{[c, d]}$  เท่ากับเท่าใด



## สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

## ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2545

## ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

## ตอนที่ 1

1. ให้  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

$$X = \{\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$$

และ  $Y = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $X \subset P(P(A))$  โดยที่  $P(A)$  หมายถึง เพาเวอร์เซตของ  $A$

(2) จำนวนสมาชิกของ  $P(P(X \cap Y))$  เท่ากับ 16

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

2. ให้  $p, q, r, x$  และ  $y$  เป็นประพจน์ ซึ่ง  $p \rightarrow (q \wedge r)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

 $(x \vee y) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$  มีค่าความจริงเป็นจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

ก.  $(p \wedge r) \leftrightarrow (y \vee q)$

ข.  $(x \wedge y) \rightarrow (p \wedge q)$

ค.  $x \leftrightarrow (q \wedge r)$

ง.  $(q \vee r) \rightarrow ((x \wedge y) \rightarrow p)$

3. ให้  $U$  เป็นเอกภพสัมพัทธ์ ประพจน์  $\forall x [ |x^2 - 3x + 2| \leq 2x - x^2 ]$  มีค่าความจริงเป็นจริง

เมื่อ  $U$  คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

ก.  $[-1, 1]$

ข.  $(-\infty, \frac{3}{2}]$

ค.  $[1, 2]$

ง.  $[1, \frac{5}{2}]$

4. กำหนด  $R_1 = \{(x, y) / \ln(y - x^2) \geq 0\}$  และ  $R_2 = \{(x, y) / |y - 1| + |x| = 3\}$

แล้ว  $R_1 \cap R_2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\{y / 0 \leq y \leq 2\}$

ข.  $\{y / 0 \leq y \leq 3\}$

ค.  $\{y / 1 \leq y \leq 3\}$

ง.  $\{y / 1 \leq y \leq 4\}$









15. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} + a}{x-1} = b$

แล้ว  $a+b$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $-\frac{5}{4}$

ข.  $-\frac{7}{4}$

ค.  $\frac{9}{4}$

ง.  $\frac{11}{4}$

16. ให้  $L$  เป็นเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง  $y = \frac{1}{x-3}$  และตัดแกน  $X$  ที่  $x = 5$

ถ้า  $L$  มีความชันเท่ากับ  $m$  แล้ว  $16m+5$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $-11$

ข.  $-1$

ค.  $4$

ง.  $21$

17.  $\int_1^4 \frac{x^2-1}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}} dx$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{4}{3}$

ข.  $\frac{8}{3}$

ค.  $\frac{20}{3}$

ง.  $9$

18. มีรถยนต์ 3 คัน โดยที่คันที่หนึ่งมีที่ว่าง 3 ที่ คันที่สองมีที่ว่าง 4 ที่ และคันที่สามมีที่ว่าง 5 ที่ จำนวนวิธีที่เด็กนักเรียน 11 คน ขออาศัยขึ้นรถ 3 คันนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{11!}{2! 4! 5!}$

ข.  $\frac{11!}{2! 2! 4! 5!}$

ค.  $\frac{12!}{3! 4! 5!}$

ง.  $\frac{12!}{3! 3! 4! 5!}$

19. นักเรียนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วย ผู้ชาย 8 คน และผู้หญิง 4 คน นักเรียนกลุ่มนี้เป็นผู้ที่ถนัดมือซ้าย 8 คน ซึ่งเป็นชาย 6 คน ถ้าสุ่มเลือกมา 4 คน ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนชายที่ถนัดมือซ้ายมากกว่านักเรียนหญิงที่ถนัดมือซ้าย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{1}{55}$

ข.  $\frac{40}{55}$

ค.  $\frac{41}{55}$

ง.  $\frac{43}{55}$



20. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 44 และความแปรปรวนเท่ากับ 25 จากผลการสอบ มีจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนที่มีค่ามาตรฐานอยู่ระหว่าง  $-1.2$  และ  $1.2$  อยู่เท่ากับ 77% ของนักเรียนห้องนี้

ถ้านายอภิชาติสอบได้ 50 คะแนน แล้ว ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของคะแนนของนายอภิชาติ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. 38.5

ข. 50

ค. 77

ง. 88.5

**ตอนที่ 2**

21. ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องสมการ  $x^{1+\log_{0.5} x} > \frac{x}{16}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

22. สุ่มเลือก  $x$  และ  $y$  จากเซต  $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  โดยที่  $x$  และ  $y$  อาจเป็นจำนวนเดียวกันได้ แล้ว สร้างเมตริกซ์  $A = \begin{bmatrix} x & y \\ -2 & -x \end{bmatrix}$  จงหาความน่าจะเป็นที่  $\det A > 0$

23. ให้  $S = (1 + \frac{1}{2}) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}) + \dots + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{100}})$

ถ้าเขียน  $S = A + B$  เมื่อ  $A$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $0 \leq B < 1$  แล้ว  $A$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

24. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 4 จำนวน คือ 5,  $p$ ,  $q$ , 9 โดยที่  $p < q$

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 และความแปรปรวนเท่ากับ 5

จงหาค่าของ  $q - p$

25. ให้  $A = \{x / \arctan \frac{1}{2x} = \arcsin x - \arccos x\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน  $A$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

26.  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่ง  $|\overrightarrow{BC}| = 2$

ถ้าจุด  $D$  และ  $E$  อยู่บนด้าน  $AB$  และ  $AC$  โดยที่  $\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  และ  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

แล้ว  $|\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC}|$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$B = I + A + A^2 + \dots + A^9$$

และ  $C = I - A + A^2 - \dots - A^9$

ถ้า  $\det B = k \det C$  แล้ว  $k$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

28. คู่อันดับ  $(m, n)$  ของจำนวนเต็มบวกทั้งหมด ซึ่ง  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{15}$  มีจำนวนเท่ากับเท่าใด

29. จำนวนเต็มบวกที่มี 4 หลัก ซึ่ง

$$\text{เลขหลักร้อย} = \text{เลขหลักสิบ} + \text{เลขหลักหน่วย}$$

$$\text{และ เลขหลักพัน} = \text{เลขหลักร้อย} + \text{เลขหลักสิบ} + \text{เลขหลักหน่วย}$$

มีทั้งหมดกี่จำนวน



30. ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งเมื่อหารด้วย 2545 และ 2002 จะเหลือเศษเท่ากัน คือ 202 แล้ว  $n$  หารด้วย 55 จะเหลือเศษเท่ากับเท่าใด

**สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์****ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2546****ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย****ตอนที่ 1**

1. เอกภพสัมพัทธ์ในข้อใดที่ทำให้ประพจน์ต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

$$\forall x [ |x^2 + 2x + 3| \geq 5x + 7 ] \rightarrow \exists x [ 3 + \log_{\frac{1}{2}} x < 0 ]$$

ก. (0, 3]

ข. (-5, 3]

ค. [4, 7)

ง. [5, 9]

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ประพจน์  $[ (p \rightarrow q) \vee (q \wedge \sim q) ] \rightarrow [ (\sim p \vee q) \wedge (r \vee \sim r) ]$  เป็นสัจนิรันดร์

(2) ประพจน์  $(p \vee \sim q) \rightarrow (r \wedge q)$  สมมูลกับ  $(\sim p \vee r) \wedge q$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

3. ผลบวกของรากของสมการ  $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{1}{2}$ 

ข. 1

ค.  $\frac{3}{2}$ 

ง. 3

4. ให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงบวก

ถ้า  $2x = a - ca^{-1}$  และ  $2y = b - cb^{-1}$  แล้ว ค่าของ  $xy + \sqrt{(x^2 + c)(y^2 + c)}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{1}{2}(ab + ca^{-1}b^{-1})$ ข.  $\frac{1}{2}(ab + c^2a^{-1}b^{-1})$ ค.  $ab + ca^{-1}b^{-1}$ ง.  $ab + c^2a^{-1}b^{-1}$ 

5. ให้  $r = \{(x, y) \in R \times R^+ / 9y^2 - 4x^2 + 8x - 36y - 4 = 0\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $D_r - R_r = (-\infty, 4)$

(2)  $r$  เป็นฟังก์ชัน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



6. ถ้า  $0 < x < 2\pi$  แล้ว ผลบวกของรากของสมการ

$$4\sin^2 x + (1 - \sqrt{3})\sin x \cdot \cos x + (3 - \sqrt{3})\cos^2 x = 3$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{23\pi}{4}$

ข.  $\frac{25\pi}{4}$

ค.  $\frac{23\pi}{6}$

ง.  $\frac{25\pi}{6}$

7. กำหนดให้วงรี  $E$  มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(1, 1)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3, 1)$

และความยาวแกนโทเท่ากับ 2 หน่วย

ถ้า  $y = x + c$ ;  $c > 0$  เป็นเส้นตรงซึ่งสัมผัสวงรี  $E$  แล้ว  $c$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\sqrt{5}$

ข.  $\sqrt{6}$

ค.  $\sqrt{7}$

ง.  $\sqrt{8}$

8. กำหนดเซต  $A = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ / xy = 8640\}$

เซต  $A$  มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 18

ข. 24

ค. 28

ง. 56

9. ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$  เป็นลำดับเลขคณิต โดยที่  $5a_{51} = a_{53} + 16$

ดังนั้น  $\sum_{n=1}^{100} a_n$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 200

ข. 400

ค. 600

ง. 800

10. กำหนด  $f$  และ  $g$  เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 2x - 2$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $g$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

$$(2) g(f(x)) = 4 - 2x - 2x^2$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ







15. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า  $\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 1164$  โดยที่  $x_i > 0, i = 1, 2, 3, \dots, 12$  และความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 16

แล้ว  $\sum_{i=1}^{12} x_i = 108$

(2) ให้  $S^2$  เป็นความแปรปรวนของข้อมูล  $n$  ค่า และ  $a$  เป็นค่าคงตัว

จะได้  $S^2 = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \right] - (\bar{x} - a)^2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



ตอนที่ 2

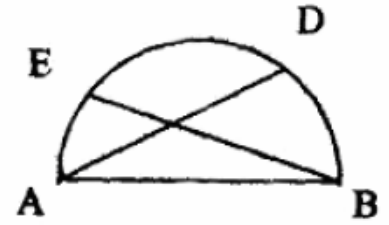
16. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

คอร์ด AD และ BE ตัดกันที่จุด C

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า  $m\|\vec{AC}\| = n\|\vec{CD}\|$  แล้ว  $\vec{AC} = \frac{m}{m+n}\vec{AD}$

(2)  $\frac{\vec{AE} \cdot \vec{AC}}{\vec{BD} \cdot \vec{BC}} = \left(\frac{\|\vec{AE}\|}{\|\vec{BD}\|}\right)^2$



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

17. ถ้า  $\log \frac{9}{10} = -a, \log \frac{24}{25} = -b, \log \frac{81}{80} = c$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

$\log 2 = 7a - 2b + 3c$

$\log 2 = 7a - 2b + 3c$

ก.  $\log 3 = 9a - b + 5c$

ข.  $\log 3 = 10a - 3b + 5c$

$\log 5 = 13a - 4b + 7c$

$\log 5 = 14a - 4b + 7c$

$\log 2 = 7a - 2b + 3c$

$\log 2 = 7a - 2b + 3c$

ค.  $\log 3 = 11a - 3b + 5c$

ง.  $\log 3 = 11a - 3b + 5c$

$\log 5 = 15a - 4b + 7c$

$\log 5 = 16a - 4b + 7c$

18. ค่าของ  $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{5} - 2\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{11\sqrt{5}}{25}$

ข.  $\frac{12\sqrt{5}}{25}$

ค.  $\frac{13\sqrt{5}}{25}$

ง.  $\frac{14\sqrt{5}}{25}$

19. กำหนดให้จุด  $O(0, 0), A(4, 3)$  เป็นจุดในระนาบ

รูปสามเหลี่ยม  $OAB$  ที่มีพื้นที่น้อยที่สุด โดยที่  $B$  เป็นจุดบนพาราโบลา  $y = x^2 + \frac{265}{64}$

มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 6 ตารางหน่วย

ข. 7 ตารางหน่วย

ค. 8 ตารางหน่วย

ง. 9 ตารางหน่วย



20. ให้  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  และ  $\bar{x}$  เป็นเวกเตอร์ ซึ่ง  $(\bar{x} \cdot \bar{a})\bar{b} = \bar{a}$  และ  $|\bar{a}| = 1$

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก.  $\bar{x}$  และ  $\bar{a}$  ไม่ตั้งฉากกัน

ข.  $\bar{x} \cdot \bar{b} = 1$

ค.  $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{b}|$

ง.  $|\bar{x}| \geq \frac{1}{|\bar{b}|}$

21. ให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง  $z^2 + \frac{1}{z^2} = 1$

ค่าของ  $|z| + |z^2 - 1|$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข.  $\sqrt{2}$

ค.  $\sqrt{3}$

ง. 2

22. มีลูกบอล 8 ลูกอยู่ในกล่อง เป็นลูกบอลสีดำ 3 ลูก และเป็นลูกบอลสีขาว 5 ลูก สุ่มหยิบออกมา 2 ลูก ถ้าลูกใดเป็นสีขาว จะระบายให้เป็นสีดำ แล้วใส่คืนกล่อง จากนั้น หยิบออกมาใหม่ 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ทั้งสองลูกนั้น เป็นลูกบอลสีดำเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{199}{784}$

ข.  $\frac{190}{784}$

ค.  $\frac{109}{784}$

ง.  $\frac{99}{784}$

23.  $\sum_{i=1}^{100} (-1)^i i^3$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 507451

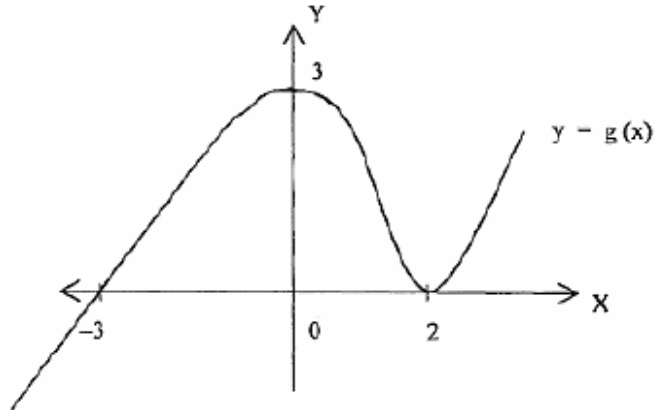
ข. 507500

ค. 522700

ง. 522749



24. ให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน ซึ่งมีอนุพันธ์ที่ทุกจุด โดยที่  $f(-3) = 1$  และ  $f(2) = 5$   
ให้  $g$  เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  และ  $g$  มีกราฟดังรูป



จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) เส้นสัมผัสของกราฟ  $y = f(x)$  ที่  $x = -3$  คือ  $y = 1$
- (2)  $f$  มีค่าต่ำสุดที่  $x = 2$  บนช่วง  $(0, \infty)$
- (3) พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = g(x)$  จาก  $x = -3$  ถึง  $x = 2$  มีค่าเท่ากับ 3 ตารางหน่วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ก. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง         | ข. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง         |
| ค. ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง | ง. ข้อ (2) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง |

25. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนหญิง และนักเรียนชายจำนวนเท่ากัน คณะนักวิชาคณิตศาสตร์มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนชายเป็น 4 เท่าของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนนักเรียนหญิง ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงเป็น 25 และ 16 ตามลำดับ ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนทั้งชั้นมีค่าอยู่ระหว่าง 16 และ 25

ให้  $a, b, c$  คือคะแนนที่เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 ของคะแนนของนักเรียนชาย, นักเรียนหญิง และนักเรียนทั้งชั้น ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |                |                |
|----------------|----------------|
| ก. $a < b < c$ | ข. $a < c < b$ |
| ค. $b < a < c$ | ง. $b < c < a$ |

**ตอนที่ 3**

26. ให้  $\vec{v}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$ ,  $\vec{v}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$ ,

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad A^T A = \begin{bmatrix} 2 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

จงหามุมระหว่าง  $\vec{v}_1$  และ  $\vec{v}_2$ 

27. ให้  $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & c \end{bmatrix}$  โดยที่  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม

ถ้า  $(A + I)^3 = 3A + I$  และ  $\det(A + 3I) \neq 0$

แล้ว เมทริกซ์  $A$  ที่มีสมบัติเช่นนี้ มีทั้งหมดกี่เมทริกซ์

28. กำหนดให้  $A, B, C$  เป็นเซต ซึ่ง  $n(A \cup B \cup C) = 6$  และ  $n(B \cap C) = 2$

ถ้า  $n(A \times B) = n(A \times C) = 6$  แล้ว  $n(A - (B \cap C))$  เท่ากับเท่าใด

29. ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมี  $AB = \frac{4}{3}$  หน่วย และ  $AC = 2$  หน่วย

ให้  $P$  เป็นจุดบนด้าน  $BC$  ซึ่ง  $BP : PC = 2 : 3$  และ  $AP = 1$  หน่วย

ค่าของ  $\cos\left(\frac{\hat{BAC}}{2}\right)$  เท่ากับเท่าใด

30. ให้  $S = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2000| + |z - 2001| + |z - 2002| + |z - 2003| = 4\}$

ถ้า  $a$  และ  $b$  คือค่ามากที่สุด และค่าน้อยสุดของเซต  $\{x \mid x = |z - (2000 + i)|, z \in S\}$  ตามลำดับ

แล้ว  $a - b$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

31. จงหาจำนวนสมาชิกของเซต  $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y\}$

32. ให้  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนเฉพาะบวก ซึ่ง  $p^2 + q = 37q^2 + p$

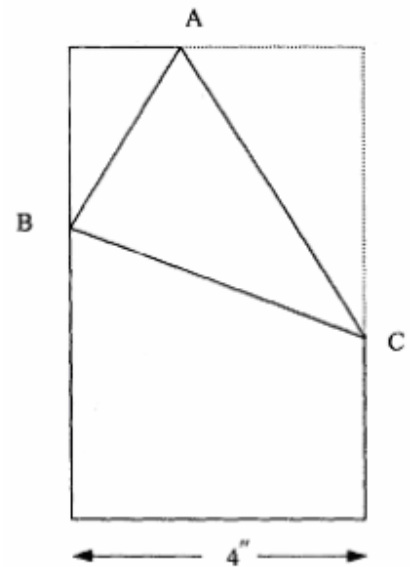
จงหาคู่อันดับ  $(p, q)$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

33. พัชรีทำรายงานชิ้นหนึ่ง โดยต้องออกไปเก็บข้อมูลนอกสถานที่ครั้งละ 1 วัน รวม 5 ครั้ง หลังจากออกไปเก็บข้อมูลแต่ละครั้ง ต้องกลับมาเขียนสรุปอย่างน้อย 3 วัน ก่อนจะออกไปเก็บข้อมูลครั้งต่อไป และหลังจากเก็บข้อมูลครั้งสุดท้ายแล้ว ไม่ต้องเขียนสรุปแต่ต้องเขียนเป็นรายงาน ซึ่งใช้เวลาอย่างน้อย 5 วัน

ถ้าพัชรีมีเวลาทั้งสิ้น 30 วัน เพื่อทำรายงานชิ้นนี้ จำนวนวิธีที่พัชรีจะเลือกออกไปเก็บข้อมูล 5 ครั้ง มีค่าเท่ากับเท่าใด



34. ถ้าเราพับมุมหนึ่งของกระดาษยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ที่มีด้านกว้าง 4 นิ้ว เป็นรูป  $\triangle ABC$   
จะมีพื้นที่น้อยที่สุด เมื่อ  $A$  อยู่ห่างจากมุมที่พับกี่นิ้ว



35. นายแดงขับรถฝ่าไปแดงด้วยความเร็ว 48 เมตรต่อวินาที และขับต่อไปด้วยความเร็วคงที่เท่าเดิม  
ตำรวจนายหนึ่งที่สี่แยกนั้นเห็นเข้า จึงนำรถที่จอดอยู่ออกตามหลังจากนั้น 9 วินาที ด้วยความเร่งคงที่ 8 เมตรต่อวินาที<sup>2</sup>  
จงหาว่า ตำรวจจะตามนายแดงทัน เมื่อนายแดงขับรถไปได้ไกลกี่เมตร