

**สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์****ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2544****ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย****ตอนที่ 1**

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชัน

ก. $r_1 = \{(x, y) \in R \times R / x = \sqrt{-y}\}$

ข. $r_2 = \{(x, y) \in R \times R / xy = 0\}$

ค. $r_3 = \{(x, y) \in R \times R / x = \ln y^2\}$

ง. $r_4 = \{(x, y) \in R \times R / |x + y| = 1\}$

2. ให้ p, q และ r เป็นประพจน์

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)]$ เป็นสัจนิรันดร์

(2) ถ้า $(p \rightarrow q) \rightarrow \sim (r \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว q จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเสมอ

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

3. ถ้า L เป็นเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = \frac{x}{x+1}$ ที่จุด $(1, \frac{1}{2})$

แล้ว สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับ L ที่จุด $(1, \frac{1}{2})$ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $4x - 2y - 3 = 0$

ข. $4x + 2y - 5 = 0$

ค. $8x + 2y - 9 = 0$

ง. $8x - 2y - 7 = 0$

4. ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า $A = 60^\circ, b = 3$ และ $c = 2$ แล้ว $\sin^2 C$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{19}$

ข. $\frac{1}{7}$

ค. $\frac{3}{19}$

ง. $\frac{3}{7}$

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} kx^2 & , x \leq 2 \\ 2x + k & , x > 2 \end{cases}$ โดยที่ f มีความต่อเนื่องที่ $x = 2$

ดังนั้น ค่าของ $\int_2^5 f(x)dx$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 23

ข. 25

ค. 27

ง. 29



11. ให้ a, b, c เป็นเวกเตอร์ ซึ่ง $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ และ $|\vec{a}| = 3, |\vec{a} + \vec{b}| = 5$ และ $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{10}$ แล้ว $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-4 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

ข. $-13 + 3\sqrt{10}$

ค. -22

ง. -44

12. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์มี 12 ข้อ ข้อที่ 1, 2, 3 ข้อละ 3 คะแนน ข้อที่ 4, 5 ข้อละ 2 คะแนน ส่วนข้ออื่นๆ มีคะแนนข้อละ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบข้อใดถูก จะได้คะแนนของข้อนั้น หากข้อใดตอบผิดได้คะแนน 0

จงหาจำนวนวิธีทั้งหมด ที่นักเรียนคนหนึ่งจะได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ 35 เปอร์เซนต์พอดี

ก. 105

ข. 126

ค. 300

ง. 333

13. ให้วงรี E มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดยอดของพาราโบลา $y^2 - 4y + 8x - 4 = 0$

ถ้าโฟกัสจุดหนึ่งของวงรีอยู่ที่จุดซึ่งเกิดจากโคเรกตริกซ์ตัดกับแกนของพาราโบลา และวงรีผ่านจุด $(4, 2)$

สมการของวงรี E คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $5(x-7)^2 + 9(y-2)^2 = 45$

ข. $5(x-1)^2 + 9(y-2)^2 = 45$

ค. $2(x-1)^2 + 9(y-2)^2 = 18$

ง. $9(x-1)^2 + 5(y-2)^2 = 81$

14. ให้ H เป็นไฮเพอร์โบลา $16x^2 - 32x - 9y^2 - 36y - 164 = 0$

ถ้าพาราโบลา P มีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา H และมีโฟกัสที่จุดปลายของแกนตั้งของไฮเพอร์โบลาในควอดรันต์ที่หนึ่งแล้ว สมการของพาราโบลา P คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $x^2 - 2x - 16y - 31 = 0$

ข. $x^2 + 2x - 16y - 24 = 0$

ค. $x^2 - 2x - 4y + 12 = 0$

ง. $x^2 + 2x - 3y + 1 = 0$

15. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้าข้อมูลที่แจกแจงความถี่มีอันตรภาคชั้นเปิด จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และฐานนิยมได้ แต่หาค่ามัธยฐานไม่ได้
ข. สำหรับเส้นโค้งเบ้ทางขวา การเรียงลำดับที่ถูกต้อง ระหว่างค่าของค่าเฉลี่ยเลขคณิต, มัธยฐาน และฐานนิยม คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม

ค. กำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง $z = -2.575$ ถึง $z = 2.575$ เท่ากับ 0.99

ถ้าอายุการใช้งานของหลอดไฟมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 800 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 40 ชั่วโมง จะได้ว่ามีหลอดไฟที่ใช้ได้นานน้อยกว่า 903 ชั่วโมง เท่ากับ 99%

ง. จากการวัดส่วนสูงของพนักงานชายของร้านค้าแห่งหนึ่งทั้ง 4 แผนก แต่ละแผนกมีจำนวน 15, 20, 10 และ 15 คน ส่วนสูงโดยเฉลี่ยของพนักงานชายของในแต่ละแผนกเท่ากับ 160, 152, 155 และ 150 เซนติเมตร ตามลำดับ จะได้ว่าส่วนสูงโดยเฉลี่ยของพนักงานชายของร้านนี้ทั้ง 4 แผนกเท่ากับ 154 เซนติเมตร

**ตอนที่ 2**

21. กำหนดให้ สมการจุดประสงค์ คือ $P = x + y$

อสมการข้อจำกัด คือ $2x - y \geq 1$

$$2x - 3y \geq -9$$

$$x - 3y \leq -2$$

$$4x + y \leq 31$$

ผลบวกของค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของ P มีค่าเท่ากับเท่าใด

22. ให้ C เป็นวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับวงกลม $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

ถ้า ℓ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม C และผ่านจุดโฟกัสของพาราโบลา $x^2 + 2x + 4y - 3 = 0$ โดยมีความชันเท่ากับ $\frac{2}{3}$ แล้ว รัศมีของวงกลม C มีค่าเท่ากับเท่าใด

23. ผลบวกของรากของสมการ $(\sqrt{10 + \sqrt{99}})^x + (\sqrt{10 - \sqrt{99}})^x = 20$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

24. พื้นที่มากที่สุดของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่บรรจุภายในระหว่างพาราโบลา $y = 5 + 4x - x^2$ กับแกน X โดยมีด้านหนึ่งอยู่บนแกน X มีค่าเท่ากับเท่าใด

25. ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 \\ 1 & k & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

ถ้า k เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้ $\det(A^2 - 2A)$ มีค่าน้อยที่สุดแล้ว $\det A$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

26. แมลงตัวหนึ่งซึ่งมีขนาดเล็กมากอยู่ที่จุด $(2, 0)$ ในระนาบ แล้วได้ไปตามเส้นรอบวงของวงกลมที่มีรัศมี 2 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา เมื่อเวลาผ่านไป 1 นาที แมลงได้ไ้ระยะทาง $\frac{2\pi}{3}$ หน่วย และทุกๆ นาทีถัดไป แมลงได้ไ้ระยะทางเป็น $\frac{5}{7}$ เท่าของระยะทางที่ได้ไ้ในนาทีก่อนหน้านั้นเสมอ
ถ้าแมลงตัวนี้ไ้ไปเรื่อยๆ จะเข้าใกล้จุดใดมากที่สุด

27. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งสอดคล้องสมการ

$$\left| \frac{1}{z-i} + 1 \right| = 1 \quad \text{และ} \quad \left| \frac{1}{z-i} - i \right| = 1$$

แล้ว $(z+1)^{2000}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



28. เราสามารถเลือกจำนวนเต็มที่แตกต่างกันสองจำนวนจากเซต $\{1, 2, 3, \dots, 300\}$ ซึ่งผลต่างของสองจำนวนนี้หารด้วย 3 ลงตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี

29. กำหนดให้ ลำดับ a_n สอดคล้องสมการ

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{ทุก } n \geq 1$$

จงหาค่าของ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

30. ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 < a < b < c < d$

สัญลักษณ์ $[m, n]$ หมายถึง ค.ร.น. ที่เป็นบวกของ m และ n

ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $\frac{1}{[a, b]} + \frac{1}{[b, c]} + \frac{1}{[c, d]}$ เท่ากับเท่าใด



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2545

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตอนที่ 1

1. ให้ $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

$$X = \{\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$$

และ $Y = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $X \subset P(P(A))$ โดยที่ $P(A)$ หมายถึง เพาเวอร์เซตของ A

(2) จำนวนสมาชิกของ $P(P(X \cap Y))$ เท่ากับ 16

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

2. ให้ p, q, r, x และ y เป็นประพจน์ ซึ่ง $p \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

 $(x \vee y) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

ก. $(p \wedge r) \leftrightarrow (y \vee q)$

ข. $(x \wedge y) \rightarrow (p \wedge q)$

ค. $x \leftrightarrow (q \wedge r)$

ง. $(q \vee r) \rightarrow ((x \wedge y) \rightarrow p)$

3. ให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ ประพจน์ $\forall x [|x^2 - 3x + 2| \leq 2x - x^2]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

เมื่อ U คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

ก. $[-1, 1]$

ข. $(-\infty, \frac{3}{2}]$

ค. $[1, 2]$

ง. $[1, \frac{5}{2}]$

4. กำหนด $R_1 = \{(x, y) / \ln(y - x^2) \geq 0\}$ และ $R_2 = \{(x, y) / |y - 1| + |x| = 3\}$

แล้ว $R_1 \cap R_2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\{y / 0 \leq y \leq 2\}$

ข. $\{y / 0 \leq y \leq 3\}$

ค. $\{y / 1 \leq y \leq 3\}$

ง. $\{y / 1 \leq y \leq 4\}$



15. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} + a}{x-1} = b$

แล้ว $a+b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-\frac{5}{4}$

ข. $-\frac{7}{4}$

ค. $\frac{9}{4}$

ง. $\frac{11}{4}$

16. ให้ L เป็นเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $y = \frac{1}{x-3}$ และตัดแกน X ที่ $x = 5$

ถ้า L มีความชันเท่ากับ m แล้ว $16m+5$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -11

ข. -1

ค. 4

ง. 21

17. $\int_1^4 \frac{x^2-1}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}} dx$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{4}{3}$

ข. $\frac{8}{3}$

ค. $\frac{20}{3}$

ง. 9

18. มีรถยนต์ 3 คัน โดยที่คันที่หนึ่งมีที่ว่าง 3 ที่ คันที่สองมีที่ว่าง 4 ที่ และคันที่สามมีที่ว่าง 5 ที่ จำนวนวิธีที่เด็กนักเรียน 11 คน ขออาศัยขึ้นรถ 3 คันนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{11!}{2! 4! 5!}$

ข. $\frac{11!}{2! 2! 4! 5!}$

ค. $\frac{12!}{3! 4! 5!}$

ง. $\frac{12!}{3! 3! 4! 5!}$

19. นักเรียนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วย ผู้ชาย 8 คน และผู้หญิง 4 คน นักเรียนกลุ่มนี้เป็นผู้ที่ถนัดมือซ้าย 8 คน ซึ่งเป็นชาย 6 คน ถ้าสุ่มเลือกมา 4 คน ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนชายที่ถนัดมือซ้ายมากกว่านักเรียนหญิงที่ถนัดมือซ้าย เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{55}$

ข. $\frac{40}{55}$

ค. $\frac{41}{55}$

ง. $\frac{43}{55}$



20. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 44 และความแปรปรวนเท่ากับ 25 จากผลการสอบ มีจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนที่มีค่ามาตรฐานอยู่ระหว่าง -1.2 และ 1.2 อยู่เท่ากับ 77% ของนักเรียนห้องนี้

ถ้านายอภิชาติสอบได้ 50 คะแนน แล้ว ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ของคะแนนของนายอภิชาติ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. 38.5

ข. 50

ค. 77

ง. 88.5

**ตอนที่ 2**

21. ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องสมการ $x^{1+\log_{0.5} x} > \frac{x}{16}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

22. สุ่มเลือก x และ y จากเซต $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ โดยที่ x และ y อาจเป็นจำนวนเดียวกันได้ แล้ว สร้างเมตริกซ์ $A = \begin{bmatrix} x & y \\ -2 & -x \end{bmatrix}$ จงหาความน่าจะเป็นที่ $\det A > 0$

23. ให้ $S = (1 + \frac{1}{2}) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}) + \dots + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{100}})$

ถ้าเขียน $S = A + B$ เมื่อ A เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \leq B < 1$ แล้ว A มีค่าเท่ากับเท่าใด

24. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 4 จำนวน คือ 5, p , q , 9 โดยที่ $p < q$

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 และความแปรปรวนเท่ากับ 5

จงหาค่าของ $q - p$

25. ให้ $A = \{x / \arctan \frac{1}{2x} = \arcsin x - \arccos x\}$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน A มีค่าเท่ากับเท่าใด

26. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่ง $|\overrightarrow{BC}| = 2$

ถ้าจุด D และ E อยู่บนด้าน AB และ AC โดยที่ $\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

แล้ว $|\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC}|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$B = I + A + A^2 + \dots + A^9$$

และ $C = I - A + A^2 - \dots - A^9$

ถ้า $\det B = k \det C$ แล้ว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

28. คู่อันดับ (m, n) ของจำนวนเต็มบวกทั้งหมด ซึ่ง $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{15}$ มีจำนวนเท่ากับเท่าใด

29. จำนวนเต็มบวกที่มี 4 หลัก ซึ่ง

$$\text{เลขหลักร้อย} = \text{เลขหลักสิบ} + \text{เลขหลักหน่วย}$$

$$\text{และ เลขหลักพัน} = \text{เลขหลักร้อย} + \text{เลขหลักสิบ} + \text{เลขหลักหน่วย}$$

มีทั้งหมดกี่จำนวน



30. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งเมื่อหารด้วย 2545 และ 2002 จะเหลือเศษเท่ากัน คือ 202 แล้ว n หารด้วย 55 จะเหลือเศษเท่ากับเท่าใด

**สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์****ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2546****ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย****ตอนที่ 1**

1. เอกภพสัมพัทธ์ในข้อใดที่ทำให้ประพจน์ต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

$$\forall x [|x^2 + 2x + 3| \geq 5x + 7] \rightarrow \exists x [3 + \log_{\frac{1}{2}} x < 0]$$

ก. (0, 3]

ข. (-5, 3]

ค. [4, 7)

ง. [5, 9]

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \vee (q \wedge \sim q)] \rightarrow [(\sim p \vee q) \wedge (r \vee \sim r)]$ เป็นสัจนิรันดร์

(2) ประพจน์ $(p \vee \sim q) \rightarrow (r \wedge q)$ สมมูลกับ $(\sim p \vee r) \wedge q$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

3. ผลบวกของรากของสมการ $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2}$

ข. 1

ค. $\frac{3}{2}$

ง. 3

4. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวก

ถ้า $2x = a - ca^{-1}$ และ $2y = b - cb^{-1}$ แล้ว ค่าของ $xy + \sqrt{(x^2 + c)(y^2 + c)}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2}(ab + ca^{-1}b^{-1})$ ข. $\frac{1}{2}(ab + c^2a^{-1}b^{-1})$ ค. $ab + ca^{-1}b^{-1}$ ง. $ab + c^2a^{-1}b^{-1}$

5. ให้ $r = \{(x, y) \in R \times R^+ / 9y^2 - 4x^2 + 8x - 36y - 4 = 0\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $D_r - R_r = (-\infty, 4)$

(2) r เป็นฟังก์ชัน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



6. ถ้า $0 < x < 2\pi$ แล้ว ผลบวกของรากของสมการ

$$4\sin^2 x + (1 - \sqrt{3})\sin x \cdot \cos x + (3 - \sqrt{3})\cos^2 x = 3$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{23\pi}{4}$

ข. $\frac{25\pi}{4}$

ค. $\frac{23\pi}{6}$

ง. $\frac{25\pi}{6}$

7. กำหนดให้วงรี E มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(1, 1)$ จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด $(3, 1)$

และความยาวแกนโทเท่ากับ 2 หน่วย

ถ้า $y = x + c$; $c > 0$ เป็นเส้นตรงซึ่งสัมผัสวงรี E แล้ว c มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{5}$

ข. $\sqrt{6}$

ค. $\sqrt{7}$

ง. $\sqrt{8}$

8. กำหนดเซต $A = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ / xy = 8640\}$

เซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 18

ข. 24

ค. 28

ง. 56

9. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ เป็นลำดับเลขคณิต โดยที่ $5a_{51} = a_{53} + 16$

ดังนั้น $\sum_{n=1}^{100} a_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 200

ข. 400

ค. 600

ง. 800

10. กำหนด f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 2x - 2$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) g เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

$$(2) g(f(x)) = 4 - 2x - 2x^2$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



11. ให้ A เป็น 3×3 เมตริกซ์ ซึ่ง $\det A = 2$ ดังนั้น $\det(A^{-1} + \text{adj } A)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{3}{2}$
 ค. $\frac{27}{2}$

- ข. $\frac{9}{2}$
 ง. $\frac{81}{2}$

$$12. \text{ กำหนด } f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{x^2+x} & \text{เมื่อ } x < -1 \\ c & \text{เมื่อ } x = -1 \\ \frac{2x+1}{x^2+3x+2} - \frac{x}{x+1} & \text{เมื่อ } x > -1 \end{cases}$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$

(2) มีจำนวนจริง c ที่ทำให้ f มีความต่อเนื่องที่ $x = -1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

13. ให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต

b_1, b_2, b_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต

โดยที่ $a_1 \neq 0$ และ $b_n = a_n + 2$ สำหรับทุกจำนวนนับ n

ดังนั้น $\frac{b_{10} + 3a_{20} - b_{30}}{a_1}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

14. ในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับที่อยู่อาศัยของนักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 100 คน

มี 25 คน อาศัยอยู่ที่หอพัก นอกนั้นอาศัยอยู่ที่บ้าน

มี 40 คน เป็นนักเรียนหญิง นอกนั้นเป็นนักเรียนชาย

มี 15 คน เป็นนักเรียนชายที่อาศัยอยู่ที่หอพัก

ส่วนนักเรียนหญิงในกลุ่มนี้ 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นอาศัยอยู่ที่หอพักเท่ากับ p_1 และส่วนนักเรียน

ที่อาศัยอยู่ที่หอพัก 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นเป็นนักเรียนหญิงเท่ากับ p_2

ค่าของ $p_1 + p_2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. 0.65

ค. 0.4

ง. 0.2



15. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 1164$ โดยที่ $x_i > 0, i = 1, 2, 3, \dots, 12$ และความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 16

แล้ว $\sum_{i=1}^{12} x_i = 108$

(2) ให้ S^2 เป็นความแปรปรวนของข้อมูล n ค่า และ a เป็นค่าคงตัว

จะได้ $S^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \right] - (\bar{x} - a)^2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



ตอนที่ 2

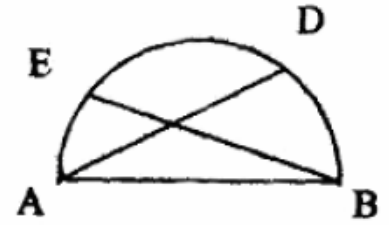
16. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

คอร์ด AD และ BE ตัดกันที่จุด C

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $m\|\vec{AC}\| = n\|\vec{CD}\|$ แล้ว $\vec{AC} = \frac{m}{m+n}\vec{AD}$

(2) $\frac{\vec{AE} \cdot \vec{AC}}{\vec{BD} \cdot \vec{BC}} = \left(\frac{\|\vec{AE}\|}{\|\vec{BD}\|}\right)^2$



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
- ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง
- ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง
- ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

17. ถ้า $\log \frac{9}{10} = -a, \log \frac{24}{25} = -b, \log \frac{81}{80} = c$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $\log 2 = 7a - 2b + 3c$
- ข. $\log 2 = 7a - 2b + 3c$
- ค. $\log 3 = 9a - b + 5c$
- ง. $\log 3 = 10a - 3b + 5c$
- ค. $\log 5 = 13a - 4b + 7c$
- ง. $\log 5 = 14a - 4b + 7c$
- ค. $\log 2 = 7a - 2b + 3c$
- ง. $\log 2 = 7a - 2b + 3c$
- ค. $\log 3 = 11a - 3b + 5c$
- ง. $\log 3 = 11a - 3b + 5c$
- ค. $\log 5 = 15a - 4b + 7c$
- ง. $\log 5 = 16a - 4b + 7c$

18. ค่าของ $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{5} - 2\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{11\sqrt{5}}{25}$
- ข. $\frac{12\sqrt{5}}{25}$
- ค. $\frac{13\sqrt{5}}{25}$
- ง. $\frac{14\sqrt{5}}{25}$

19. กำหนดให้จุด O(0, 0), A(4, 3) เป็นจุดในระนาบ

รูปสามเหลี่ยม OAB ที่มีพื้นที่น้อยที่สุด โดยที่ B เป็นจุดบนพาราโบลา $y = x^2 + \frac{265}{64}$

มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 6 ตารางหน่วย
- ข. 7 ตารางหน่วย
- ค. 8 ตารางหน่วย
- ง. 9 ตารางหน่วย



20. ให้ \bar{a} , \bar{b} และ \bar{x} เป็นเวกเตอร์ ซึ่ง $(\bar{x} \cdot \bar{a})\bar{b} = \bar{a}$ และ $|\bar{a}| = 1$

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. \bar{x} และ \bar{a} ไม่ตั้งฉากกัน

ข. $\bar{x} \cdot \bar{b} = 1$

ค. $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{b}|$

ง. $|\bar{x}| \geq \frac{1}{|\bar{b}|}$

21. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $z^2 + \frac{1}{z^2} = 1$

ค่าของ $|z| + |z^2 - 1|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. $\sqrt{2}$

ค. $\sqrt{3}$

ง. 2

22. มีลูกบอล 8 ลูกอยู่ในกล่อง เป็นลูกบอลสีดำ 3 ลูก และเป็นลูกบอลสีขาว 5 ลูก สุ่มหยิบออกมา 2 ลูก ถ้าลูกใดเป็นสีขาว จะระบายให้เป็นสีดำ แล้วใส่คืนกล่อง จากนั้น หยิบออกมาใหม่ 2 ลูก ความน่าจะเป็นที่ทั้งสองลูกนั้น เป็นลูกบอลสีดำเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{199}{784}$

ข. $\frac{190}{784}$

ค. $\frac{109}{784}$

ง. $\frac{99}{784}$

23. $\sum_{i=1}^{100} (-1)^i i^3$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 507451

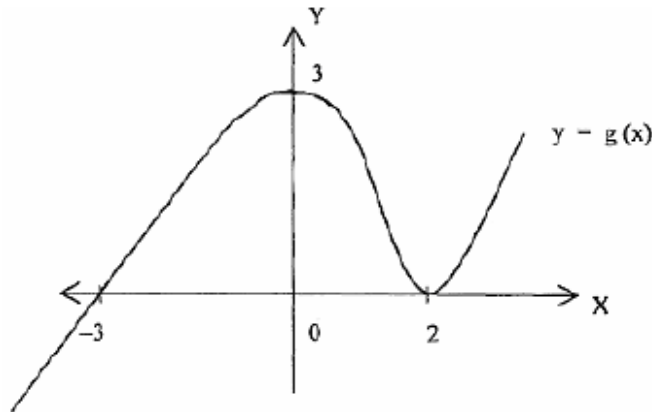
ข. 507500

ค. 522700

ง. 522749



24. ให้ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่งมีอนุพันธ์ที่ทุกจุด โดยที่ $f(-3) = 1$ และ $f(2) = 5$
ให้ g เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f และ g มีกราฟดังรูป



จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) เส้นสัมผัสของกราฟ $y = f(x)$ ที่ $x = -3$ คือ $y = 1$
- (2) f มีค่าต่ำสุดที่ $x = 2$ บนช่วง $(0, \infty)$
- (3) พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = g(x)$ จาก $x = -3$ ถึง $x = 2$ มีค่าเท่ากับ 3 ตารางหน่วย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ก. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง | ข. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง |
| ค. ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง | ง. ข้อ (2) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง |

25. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนหญิง และนักเรียนชายจำนวนเท่ากัน คณะนักวิชาคณิตศาสตร์มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนชายเป็น 4 เท่าของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนนักเรียนหญิง ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงเป็น 25 และ 16 ตามลำดับ ความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนทั้งชั้นมีค่าอยู่ระหว่าง 16 และ 25

ให้ a, b, c คือคะแนนที่เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 80 ของคะแนนของนักเรียนชาย, นักเรียนหญิง และนักเรียนทั้งชั้น ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|----------------|----------------|
| ก. $a < b < c$ | ข. $a < c < b$ |
| ค. $b < a < c$ | ง. $b < c < a$ |

**ตอนที่ 3**

26. ให้ $\vec{v}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$, $\vec{v}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$,

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad A^T A = \begin{bmatrix} 2 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

จงหามุมระหว่าง \vec{v}_1 และ \vec{v}_2

27. ให้ $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & c \end{bmatrix}$ โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม

ถ้า $(A + I)^3 = 3A + I$ และ $\det(A + 3I) \neq 0$

แล้ว เมทริกซ์ A ที่มีสมบัติเช่นนี้ มีทั้งหมดกี่เมทริกซ์

28. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซต ซึ่ง $n(A \cup B \cup C) = 6$ และ $n(B \cap C) = 2$

ถ้า $n(A \times B) = n(A \times C) = 6$ แล้ว $n(A - (B \cap C))$ เท่ากับเท่าใด

29. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมี $AB = \frac{4}{3}$ หน่วย และ $AC = 2$ หน่วย

ให้ P เป็นจุดบนด้าน BC ซึ่ง $BP : PC = 2 : 3$ และ $AP = 1$ หน่วย

ค่าของ $\cos\left(\frac{\hat{BAC}}{2}\right)$ เท่ากับเท่าใด

30. ให้ $S = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2000| + |z - 2001| + |z - 2002| + |z - 2003| = 4\}$

ถ้า a และ b คือค่ามากที่สุด และค่าน้อยสุดของเซต $\{x \mid x = |z - (2000 + i)|, z \in S\}$ ตามลำดับ

แล้ว $a - b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

31. จงหาจำนวนสมาชิกของเซต $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y\}$

32. ให้ p และ q เป็นจำนวนเฉพาะบวก ซึ่ง $p^2 + q = 37q^2 + p$

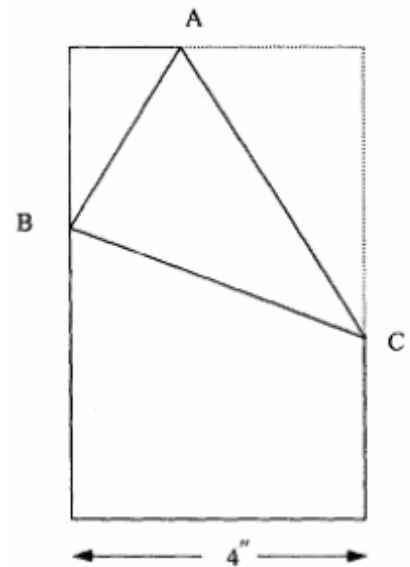
จงหาคู่อันดับ (p, q) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

33. พัชรีทำรายงานชิ้นหนึ่ง โดยต้องออกไปเก็บข้อมูลนอกสถานที่ครั้งละ 1 วัน รวม 5 ครั้ง หลังจากออกไปเก็บข้อมูลแต่ละครั้ง ต้องกลับมาเขียนสรุปอย่างน้อย 3 วัน ก่อนจะออกไปเก็บข้อมูลครั้งต่อไป และหลังจากเก็บข้อมูลครั้งสุดท้ายแล้ว ไม่ต้องเขียนสรุปแต่ต้องเขียนเป็นรายงาน ซึ่งใช้เวลาอย่างน้อย 5 วัน

ถ้าพัชรีมีเวลาทั้งสิ้น 30 วัน เพื่อทำรายงานชิ้นนี้ จำนวนวิธีที่พัชรีจะเลือกออกไปเก็บข้อมูล 5 ครั้ง มีค่าเท่ากับเท่าใด



34. ถ้าเราพับมุมหนึ่งของกระดาษยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ที่มีด้านกว้าง 4 นิ้ว เป็นรูป $\triangle ABC$
จะมีพื้นที่น้อยที่สุด เมื่อ A อยู่ห่างจากมุมที่พับกี่นิ้ว



35. นายแดงขับรถฝ่าไปแดงด้วยความเร็ว 48 เมตรต่อวินาที และขับต่อไปด้วยความเร็วคงที่เท่าเดิม
ตำรวจนายหนึ่งที่สี่แยกนั้นเห็นเข้า จึงนำรถที่จอดอยู่ออกตามหลังจากนั้น 9 วินาที ด้วยความเร่งคงที่ 8 เมตรต่อวินาที²
จงหาว่า ตำรวจจะตามนายแดงทัน เมื่อนายแดงขับรถไปได้ไกลกี่เมตร