

**สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์****ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2547****ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย****ตอนที่ 1**

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ประพจน์ $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์(2) ประพจน์ $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ สมมูลกับ $(p \wedge q) \rightarrow q$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

2. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง

$$f(3x - 2) = 2x - 3 \quad \text{และ} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ x^3 - 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

ดังนั้น $D_{f \circ g} - R_{f \circ g}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้ก. $(-4, -2)$ ข. $(-3, -1)$ ค. $(-2, 0)$ ง. $(-1, 1)$ 3. เซตคำตอบของอสมการ $4^{\log_3 x} + x^{\log_3 4} < \frac{1}{2}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้ก. $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ข. $(0, \frac{1}{6})$ ค. $(\frac{1}{6}, 1)$ ง. $(\frac{2}{3}, 2)$ 4. ให้ $\sin A + \sin B = 1$ และ $\cos A + \cos B = \frac{3}{2}$ ดังนั้น $\cos(A + B)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ก. $\frac{5}{8}$ ข. $\frac{5}{13}$ ค. $\frac{5}{16}$ ง. $\frac{5}{26}$



5. ถ้า OAB เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยจุด A มีพิกัดเป็น $(a, 0)$; $a > 0$

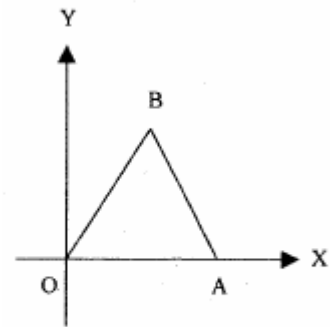
ให้ $\vec{OA} = \vec{u}$, $\vec{OB} = \vec{v}$ และ $\vec{AB} = \vec{w}$

แล้ว พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\vec{w} = \frac{a}{2}(-\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j})$

(2) $\vec{u} \cdot \vec{v} = a^2$

(3) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ(1), (2) และ (3) เป็นจริง

ค. ข้อ (2) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง

ข. ข้อ (1) และ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง

6. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องสมการ $\frac{z - 2 + 4i}{\bar{z} - i} = 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\bar{z} - z = i(z + \bar{z})$

ค. z^2 เป็นจำนวนจินตภาพแท้

ข. $|z - 1| = \sqrt{5}$

ง. $z(1 + i)^3 + 8 = 0$

7. ถ้า w เป็นรากที่สามของ $4\sqrt{2}(-1 + i)$ และเป็นรากที่สี่ของ $8(1 - \sqrt{3}i)$

แล้ว w เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $2(\cos \frac{3\pi}{12} + i \sin \frac{3\pi}{12})$

ค. $2(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12})$

ข. $2(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12})$

ง. $2(\cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{13\pi}{12})$

8. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดโดย $f(z) = |a| + |b|$ เมื่อ $z = a + bi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $f(z + \bar{z}) = f(z) + f(\bar{z})$

ค. $f(\frac{1}{z}) = \frac{f(z)}{z \cdot \bar{z}}$ เมื่อ $z \neq 0$

ข. $f(z \cdot \bar{z}) = f(z) \cdot f(\bar{z})$

ง. $(f(z))^2 = f(z^2)$

9. ในลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วมที่เป็นบวก ถ้าผลบวกของพจน์ที่ 1 กับพจน์ที่ 7 มีค่าเท่ากับ 26 และผลคูณของพจน์ที่ 2 กับพจน์ที่ 6 มีค่าเท่ากับ 69 แล้ว ผลบวก 6 พจน์แรกของลำดับนี้ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 69

ค. 65

ข. 67

ง. 63



10. $1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + 19 \cdot 20^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 40130

ข. 41230

ค. 42130

ง. 43120

11. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+3}}{\sqrt{3x+7} - \sqrt{2x+6}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -2

ข. $-\frac{1}{2}$ ค. $\frac{1}{2}$

ง. 2

12. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} Ax + B & ; x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 5x - 6} & ; 1 < x < 6 \\ Bx + A & ; x \geq 6 \end{cases}$

โดยที่ฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่ $x = 1$ และ $x = 6$ แล้ว $9A + 44B$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 3

ข. 5

ค. 7

ง. 9

13. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f(2) = 7$ และ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 7}{h} = 12$

ถ้า $g(x) = x^2 \cdot f(x) - 6x + 1$ แล้ว สมการของเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้ง $y = g(x)$ ที่ $x = 2$ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $y - 64x + 111 = 0$ ข. $y - 70x + 123 = 0$ ค. $y - 76x + 123 = 0$ ง. $y - 60x + 143 = 0$

14. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x - 2$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ความชันของเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่ $x = 1$ เท่ากับ 5ข. ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน f เท่ากับ $-\frac{14}{3}$ ค. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน f เท่ากับ $\frac{10}{3}$ ง. f เป็นฟังก์ชันลดลงบนช่วง $(2, 4)$



15. บริษัททำความสะอาดแห่งหนึ่งต้องการมอบหมายให้พนักงาน 2 คน จากพนักงาน 5 คน ไปทำความสะอาดอาหารหลังหนึ่ง ซึ่งมี 2 ชั้นๆ ละ 1 คน ถ้านางสาวสมศรี และนางสาวสมหญิงเป็นพนักงานของบริษัทนี้แล้ว ความน่าจะเป็นที่บุคคลทั้งสองอย่างน้อย 1 คน จะถูกมอบหมายให้ไปทำความสะอาดอาหารหลังนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{9}{10}$
ค. $\frac{15}{20}$

ข. $\frac{7}{10}$
ง. $\frac{13}{20}$



ตอนที่ 2

16. ให้ A, B, C เป็นเซต ซึ่ง $A \cap B = [-1, 8]$, $B - C = (3, 8]$ และ $A - B = [-1, 1)$
ถ้า $B \cap C = [a, b]$ แล้ว $b - a$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 5
- ข. 4
- ค. 3
- ง. 2

17. ให้ $A = \{x \in I / 3|x - 1| - 2x > 2|3x + 1|\}$
ดังนั้น A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 4
- ข. 5
- ค. 6
- ง. 7

18. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ U คือ $(2, 3)$ แล้ว ประพจน์ $\forall x [20 - x^2 < x^4 < x + 78]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- (2) การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผล

- เหตุ
- 1. $p \leftrightarrow q$
 - 2. $r \rightarrow (\sim q \wedge p)$
- ผล
- $\sim r \vee q$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
- ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง
- ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง
- ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

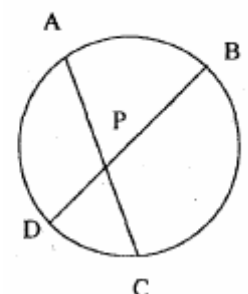
19. วงกลมวงหนึ่งสัมผัสกับเส้นตรง $y = 2x - 1$ ที่จุด $(1, 1)$ และสัมผัสกับแกน X
ถ้า (h, k) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนี้ โดยที่ $h > 1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $2h + 4k = 3$
- ข. $2k + 5 = 4h$
- ค. $4h^2 k^2 = 5$
- ง. $2hk = 3$

20. ถ้าคอร์ด AC และคอร์ด BD ของวงกลมวงหนึ่งตัดกันที่จุด P
และ $AD : BC = m : n$ แล้ว $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AP}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC}$
- ข. $\frac{m}{n} \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC}$
- ค. $\frac{m^2}{n^2} \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC}$
- ง. $\frac{n}{m} \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC}$





21. กำหนดให้ x และ y สอดคล้องสมการ

$$(\log_a(x + y))^2 + (\log_a(xy))^2 + 1 = 2\log_a(x + y)$$

ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $x^2 - ax + 1 = 0$

ข. ถ้า $a = 2$ แล้ว $x = y$

ค. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a$

ง. $x^3 + y^3 = a^3 + 3a$

22. ให้ A เป็นเมตริกซ์มิติ 3×3 ซึ่งมีสมบัติว่า $A^2 = A - I$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $A - \text{adj } A = I$

(2) $A + I$ เป็นเมตริกซ์ ซึ่งมี秩เอกฐาน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

23. กำหนดให้ $(2x + y)^{10} \left(\frac{x}{2} - y\right)^{10} = \sum_{r=0}^{20} a_r x^{20-r} y^r$ เมื่อ a_r เป็นค่าคงตัว

a_1 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -20

ข. -15

ค. 20

ง. 25

24. กลองใบหนึ่งมีฉลาก 999 ใบ โดยเขียนหมายเลข 001, 002, ..., 999 กำกับไว้หมายเลขละ 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลาก 1 ใบ โดยได้เลขที่มีสมบัติว่า

1. ผลบวกของเลขโดดในหลักทั้งสามเท่ากับ 10
2. เลขโดดในหลักหน่วยน้อยกว่าเลขโดดในหลักร้อย
3. เลขโดดในหลักร้อยไม่ใช่ 9

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{31}{999}$

ข. $\frac{29}{999}$

ค. $\frac{4}{111}$

ง. $\frac{3}{111}$



25. น้องนิคซื้อผ้าเช็ดหน้ามา 8 ผืน มีราคาเท่ากันอยู่ 2 ผืน อีก 6 ผืนราคาต่างกันหมด ราคาของผ้าเช็ดหน้ามีมัชฐานเท่ากับ 36 บาท และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 36.50 บาท ผ้าเช็ดหน้า 4 ผืน ราคาถูกกว่าฐานนิยม โดยที่มีราคาเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต ที่มีพจน์ที่หนึ่งเป็น 18 และมีผลต่างร่วมเป็น 4 ส่วนผ้าเช็ดหน้า 2 ผืน ที่ราคาแพงกว่าฐานนิยม มีราคาต่างกัน 10 บาท จากข้อมูลที่ให้มา จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของราคาผ้าเช็ดหน้า

ก. 10.375

ข. 10.875

ค. 12.375

ง. 12.875

**ตอนที่ 3**

26. ให้ A, B, C เป็นเซต ซึ่ง $n(A - B) = 42$, $n(A - C) = 7$, $n(C - A) = 18$

และ $n(C - B) = 35$

ดังนั้น $n((B \cap C) - A)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. กำหนด m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับสมการ

$$4m(4m + 7) = 3n^2 + 2mn + 14n + 2548$$

จงหาค่าของ mn

28. ให้ A_1, A_2, A_3 และ A_4 เป็นพื้นที่ของวงรี $\frac{(x - 25)^2}{25} + \frac{(y - 47)^2}{47} = 2004$ ในควอดรันต์ที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ จงหาว่า $A_1 - A_2 + A_3 - A_4$ เท่ากับกี่ตารางหน่วย

29. ถ้า
$$\frac{\sin x + \sin y + \sin z}{\sin(x + y + z)} = \frac{\cos x + \cos y + \cos z}{\cos(x + y + z)} = 2$$

แล้ว จงหาค่าของ $\sin x \cdot \sin y + \sin y \cdot \sin z + \sin z \cdot \sin x$

30. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$(4^x - 1)^2 + 81(2^x - 1)^2 \leq 18(8^x - 4^x - 2^x + 1)$$

จงเขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

31. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็ม และ $a + b + c + d = 0$

ถ้า $A^{-1} = A$ แล้ว เมทริกซ์ A มีทั้งหมดกี่เมทริกซ์

32. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่ทำให้รากทุกตัวของสมการ

$$z^3 + az^2 + (2 - 3i)z - i = 0$$

มีขนาดเท่ากับ 1 จงหา $|a|$

33. สำหรับแต่ละ $k = 1, 2, 3, \dots, 2547$ ให้ $a_k \in \{-1, 0, 1\}$

จงหาค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ $\sum_{i=1}^{2546} \left(\sum_{j=i+1}^{2547} a_i a_j \right)$

34. จำนวนที่อยู่ระหว่าง 1000 และ 9999 ซึ่งเลขโดดในแต่ละหลักแตกต่างกันทั้งหมด หรือมีเลขโดดเพียง 2 ตำแหน่งเท่ากัน มีทั้งหมดกี่จำนวน



35. ให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่ง $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 8)^2 = 212.5$

และ $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2 \leq \sum_{i=1}^{10} (x_i - a)^2$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลชุดนี้

**สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์****ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2548****ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย****ตอนที่ 1**

1. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ มีค่ามากที่สุด

ก. $\sin 2^\circ$ ข. $\sin 2$ ค. $\cos 2$ ง. $\tan 2$ 2. $\frac{3^{102}}{2^{100} + 3^{101}}$ มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. (0, 1)

ข. (1, 2)

ค. (2, 3)

ง. (3, 4)

3. ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงตรงกันข้ามกรณีต่อกรณี กับประพจน์ $\exists x[P(x)] \rightarrow \forall x[Q(x)]$ ก. $\exists x[\sim Q(x)] \wedge \exists x[P(x)]$ ข. $\forall x[Q(x)] \wedge \exists x[\sim P(x)]$ ค. $\forall x[\sim P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)]$ ง. $\forall x[P(x)] \rightarrow \forall x[\sim Q(x)]$

4. พิจารณาการอ้างเหตุผลในข้อ (1) และ (2) ต่อไปนี้

(1) คนเรียนหนังสือเก่งทุกคนเป็นคนฉลาด นายรัฐภูมิเป็นคนฉลาด เขาจึงเป็นคนที่เรียนหนังสือเก่ง

(2) พ่อค้าทุกคนเป็นคนโลภ และคนโลภทุกคนเป็นคนเลว ดังนั้น พ่อค้าทุกคนเป็นคนเลว

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) ไม่สมเหตุ สมผล

ข. ข้อ (1) และ (2) สมเหตุ สมผล

ค. ข้อ (1) สมเหตุ สมผล แต่ข้อ (2) ไม่สมเหตุ สมผล

ง. ข้อ (1) ไม่สมเหตุ สมผล แต่ข้อ (2) สมเหตุ สมผล

5. ให้ $A = \{a, b, c\}$, $B = P(A) - \{\emptyset, A\}$ และ $C = \{D \subset A / n(D) = 2 \text{ หรือ } n(D) = 3\}$ ดังนั้น $n(A \cup B \cup C)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 4

ข. 6

ค. 8

ง. 10

6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ ดังนั้น สมาชิกของ A^{-1} ที่มีค่ามากที่สุดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. 6



7. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ทุก $x \in \mathbb{R} - \{1, -1\}$

แล้ว $(f - f^{-1} + \frac{1}{f} - \frac{1}{f^{-1}})(x)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. 1

ค. $\frac{1}{x-1}$ ง. $\frac{1}{x+1}$

8. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{97}$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี d เป็นผลต่างร่วม

$$\text{และ } a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{97} = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{96}$$

ดังนั้น a_{51} มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-d$ ข. d ค. $-2d$ ง. $2d$

9. กำหนดให้ g และ h เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $g(x) = 5x^2 + 1$ และ $h(x) = \sqrt{2x-1}$
ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $D_{g \circ h} = [\frac{1}{2}, \infty)$ ข. $D_{h \circ g} = (-\infty, \infty)$ ค. $R_{g \circ h} = [1, \infty)$ ง. $R_{h \circ g} = [0, \infty)$

10. $\sqrt{(44)(42)(38)(36) + 36}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1290

ข. 1490

ค. 1590

ง. 2190

11. ให้ $A(a, b)$ เป็นจุดที่อยู่บนเส้นตรง $2x + y = 1$ โดยที่ $a \neq 0$ และระยะห่างระหว่างเส้นตรง
 $3x + 4y + 1 = 0$ กับจุด A เท่ากับ 1 หน่วย

ดังนั้น $a + b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -3

ข. -1

ค. 1

ง. 5



12. กล่องใบหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกัน 10 ลูก เป็นสีแดง 5 ลูก สีขาว 3 ลูก และสีเหลือง 2 ลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกแก้วออกมา 3 ลูก แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วสีแดง และสีขาวในจำนวนต่างกัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{5}{6}$

ข. $\frac{7}{12}$

ค. $\frac{5}{8}$

ง. $\frac{3}{4}$

13. ในปี พ.ศ. 2548 ความแปรปรวนของอายุสมาชิกในครอบครัวของศรีศักดิ์ ซึ่งมีรวมทั้งหมด 4 คน เท่ากับ 9 ส่วนความแปรปรวนของอายุสมาชิกในครอบครัวของสมศักดิ์ ซึ่งมีรวมทั้งหมด 6 คน เท่ากับ 16

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุสมาชิกทั้งสองครอบครัวเท่ากัน ดังนั้น ความแปรปรวนของอายุสมาชิกรวมทั้งสองครอบครัวนี้ ในปี พ.ศ. 2555 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 12.5

ข. 13.2

ค. 19.5

ง. 20.2

14. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ปรากฏว่า คะแนนสอบมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 63 และ 5 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนห้องนี้ที่ได้เกรด A จะต้องมีคะแนนมาตรฐาน ไม่ต่ำกว่า 3.4

ถ้านายสุรศักดิ์เป็นผู้ที่สอบได้เกรดที่ไม่ใช่ A เขาจะได้คะแนนอย่างมากเท่าใด (คะแนนสอบเป็นจำนวนเต็ม)

ก. 78

ข. 79

ค. 80

ง. 81

15. กำหนดข้อมูล 7 จำนวนดังต่อไปนี้ 10, 11, 20, 29, 16, 8, 32 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$(1) \sum_{i=1}^7 (x_i - 16)^2 < \sum_{i=1}^7 (x_i - \mu)^2$$

$$(2) \sum_{i=1}^7 |x_i - \mu| < \sum_{i=1}^7 |x_i - 16|$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



ตอนที่ 2

16. กำหนดให้ ลำดับ $a_n = \sqrt{9^n - 3^n} + 1 - 3^n$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ลำดับ a_n ไม่มีลิมิต

ข. ลำดับ a_n มีลิมิตเท่ากับ 0

ค. ลำดับ a_n มีลิมิตเท่ากับ $-\frac{1}{2}$

ง. ลำดับ a_n มีลิมิตเท่ากับ -1

17. ให้ a_n เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 1

ถ้า a_6 เป็นจำนวนเต็ม และ $a_6 + a_9 = 52$ แล้ว a_1 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{2}{243}$

ข. $-\frac{2}{243}$

ค. $\frac{1}{81}$

ง. $-\frac{1}{81}$

18. กำหนดให้ A เป็น 3×3 เมทริกซ์ ซึ่ง $A^2 + A = I$

ดังนั้น $\det((A + I)^{-1} + (A - I)^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -2

ข. 2

ค. -8

ง. 8

19. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$

ดังนั้น $z^7 + \frac{1}{z^7}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-\sqrt{3}$

ข. $\sqrt{3}$

ค. $-\sqrt{3}i$

ง. $\sqrt{3}i$

20. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\arccos(1 - x) + \frac{\pi}{2} = \arccos \frac{3x}{4}$

และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $\arccos(1 - x) = \frac{\pi}{2} + \arccos \frac{3x}{4}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A = B$

ข. $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

ค. $B \subset A$ แต่ $A \not\subset B$

ง. $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$



21. ให้ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $f'(x)$ หาค่าได้ทุก $x \in R$ และสอดคล้องสมการ

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y) \text{ ทุก } x, y \in R$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $f(0) = 1$ หรือ f เป็นฟังก์ชันคงตัว

(2) ถ้า $f'(0) = 3$ แล้ว $f'(x) = 3f(x)$ ทุก $x \in R$

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

22. ให้ $A(0, 1, 0)$, $B(1, 0, 1)$ และ $C(4, -2, 2)$ เป็นจุดสามจุด และ $\vec{u} = \overline{AB}$, $\vec{v} = \overline{BC}$, \vec{w} เป็นเวกเตอร์ที่มีมุมกำหนดทิศทางทั้งสามมุมเป็นมุมแหลม และเท่ากัน พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\frac{(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w}}{|\vec{w}|} = \sqrt{3}$

(2) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่ง \overline{AB} และ \overline{BC} เป็นด้านประชิด มีค่าเท่ากับ $\sqrt{6}$ ตารางหน่วย

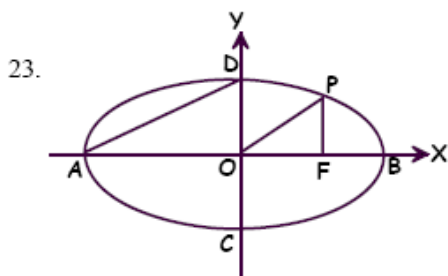
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ



23.

จากรูป แกนเอก \overline{AB} และแกนโท \overline{CD} ของวงรีตัดกันที่จุด O จุด F เป็นโฟกัส และ P เป็นจุดในควอดรันต์ที่หนึ่ง และอยู่บนวงรีที่ทำให้ \overline{PF} ตั้งฉากกับ \overline{AB}

ถ้า \overline{AD} ขนานกับ \overline{OP} แล้ว ความเยื้องศูนย์กลาง (eccentricity) ของวงรีมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

ค. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

ง. $\frac{1}{2}$



24. กำหนดให้ **ดีกรีเฉลี่ยของกราฟ** คือผลรวมดีกรีของทุกจุดยอดในกราฟหารด้วยจำนวนจุดยอดทั้งหมด สำหรับกราฟใดๆ ที่มีจำนวนจุดยอดอย่างน้อย 2 จุด และมีเส้นเชื่อมอย่างน้อย 1 เส้น พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) เมื่อลบจุดยอดที่มีดีกรีสูงสุด 1 จุด และเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นทุกเส้นออกจากกราฟ ดีกรีเฉลี่ยของกราฟใหม่จะลดลงเสมอ

(2) เมื่อลบจุดยอดที่มีดีกรีต่ำสุด 1 จุด และเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นทุกเส้นออกจากกราฟ ดีกรีเฉลี่ยของกราฟใหม่จะเพิ่มขึ้นเสมอ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง

ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

25. จากข้อมูลอนุกรมเวลา y มีค่าแสดงดังตารางต่อไปนี้

พ.ศ.	2543	2544	2545	2546	2547
y	20	30	20	40	80

ถ้า y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา ในลักษณะเส้นตรง แล้ว ในปี พ.ศ. 2551 ค่าของ y เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 103

ข. 106

ค. 116

ง. 123

**ตอนที่ 3**

26. ให้ P, Q เป็นจุดบนด้าน \overline{AB} , R เป็นจุดบนด้าน \overline{BC} และ S เป็นจุดบนด้าน \overline{AC} ของรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีอัตราส่วน

$$|\overline{AQ}| : |\overline{QB}| = |\overline{BP}| : |\overline{PA}| = |\overline{BR}| : |\overline{RC}| = |\overline{AS}| : |\overline{SC}| = 2 : 1$$

ถ้าพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม $PQRCS$ เท่ากับ $k|\overline{BC} \times \overline{BA}|$ แล้ว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. จงหาคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมดที่สอดคล้องสมการ

$$(\log_3(x + y))^2 + (\log_{(x+y)} 3)^2 = 1 - 2x - x^2$$

28. จงหาจำนวนจริง α ทั้งหมดที่ทำให้สมการ

$$\sin^6 x + \cos^6 x + \alpha \sin x \cdot \cos x \geq 0$$

เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนจริง x

29. มีแผ่นป้าย 14 แผ่น ที่เขียนเลขตั้งแต่ 0 ถึง 13 ไว้แผ่นละจำนวน

จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด ในการหยิบแผ่นป้ายมาจำนวนหนึ่ง ซึ่งเมื่อยกกำลังสองเลขบนแผ่นป้ายเหล่านั้นแล้ว ผลรวมจะหารด้วย 3 ลงตัว

30. จงหาว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในระนาบ XY ทั้งหมดกี่รูป ซึ่งมีพิกัดของจุดยอดเป็น (x, y) โดยที่ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 10

31. กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ที่อยู่ระหว่าง 0 ถึง z ดังนี้

z	0.61	0.62
A	0.2291	0.2324

การแจกแจงของคะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ โดยมี ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 66 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน ผลสอบของนายปกป้องมีคะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 73

จงหาว่า นายปกป้องสอบได้ที่คะแนน (ตอบทศนิยมสองตำแหน่ง)

32. จงหาคู่อันดับ (m, n) ทั้งหมด โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้อง

$$\text{สมการ } \frac{2}{m} + \frac{5}{n} = 1$$

33. จงหาจำนวนเต็มบวกสามหลักทั้งหมด ซึ่งมีค่าเป็น 30 เท่า ของผลบวกของเลขทั้งสามหลัก



34. $\int_0^2 \left(\sqrt{x^3 + 1} + \sqrt[3]{x^2 + 2x} \right) dx$ มีค่าเท่าใด

35. จงหาผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่สอดคล้องสมการ $\left| 2 - \left| 2 - \dots \left| 2 - x \right| \right| \right| = 1$
โดยที่มีเลข 2 ในสมการทั้งหมด 2005 ตัว