







**ตอนที่ 2 ชนิดเต็มเฉพาะคำตอบ มี 15 ข้อ**

- ลากคอร์ดของรูปวงกลม 29 เส้นโดยให้
  - แบ่งรูปวงกลมออกเป็นบริเวณย่อย ๆ ได้จำนวนมากที่สุดซึ่งเท่ากับ  $p$  บริเวณ
  - แบ่งรูปวงกลมออกเป็นบริเวณย่อย ๆ ได้จำนวนมากที่สุดซึ่งเท่ากับ  $q$  บริเวณ
 จะได้  $p+q$  มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้  $A = \left\{ \frac{a}{b} \in \mathbb{R} \mid ab > 0 \text{ และ } \frac{a^3 - 5a^2b + 6ab^2}{(a-b)^3} \geq 0 \right\}$  แล้ว  $A$  เท่ากับสับเซตใดของ  $\mathbb{R}$
- เซตคำตอบของอสมการ  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + \frac{1}{x^9} + \frac{1}{x^{11}} + \frac{1}{x^{13}} + \frac{1}{x^{15}} \leq \frac{7}{x^9}$  คือเซตใด
- กำหนดให้  $a, b, c, d$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} = 6$  และ  $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} + \frac{c}{a} + \frac{d}{b} = 8$  จะได้  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้  $m$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้
  - $m$  ลงท้ายด้วย 28
  - ผลบวกของเลขโดดในหลักของ  $A$  มีค่า 28
  - $m$  หารด้วย 28 ลงตัว
- กำหนดให้  $p^2 = 1000002 \times 1000004 \times 1000008 \times 1000010 + n$  เมื่อ  $n \in \mathbb{I}^+$  ค่า  $n$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $p$  เป็นจำนวนเต็มบวกเป็นเท่าใด
- กำหนดให้  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  โดยที่สำหรับ  $x$  ใด ๆ ใน  $\mathbb{R} - \{0\}$   $x^{-1}f(-x) + f(x^{-1}) = x$  จะได้  $f(x)$  เท่ากับเท่าใด
- กำหนดให้  $p$  และ  $q$  เป็นเลขโดดในหลักสิบและหลักหน่วยของ  $2^{1000} - 1$  ตามลำดับ จะได้  $p$  และ  $q$  คือเลขใด
- กำหนดให้  $m$  เป็นจำนวนเต็มบวกสี่หลักซึ่งหารด้วย 131 เหลือเศษ 112 และหารด้วย 132 เหลือเศษ 98 แล้ว  $m$  คือจำนวนใด
- รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีด้าน  $AC$  และ ด้าน  $AB$  ยาว 2.5 หน่วย และ 5 หน่วย ตามลำดับ จะได้ว่าค่าของ  $\frac{\tan\left(\frac{A}{2} + B\right)}{\tan\frac{A}{2}}$  เป็นเท่าใด
- กำหนดให้  $F_1$  และ  $F_2$  เป็นโฟกัสของวงรี  $9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y = 116$  และ  $P$  เป็นจุดบนวงรีซึ่งทำให้  $\widehat{F_1 F_2 P} = 60^\circ$  จะได้  $\overline{F_1 P}$  ยาวกี่หน่วย
- วงกลม  $O_1$  และ วงกลม  $O_2$  มีสมการเป็น  $x^2 + y^2 + 4x - 3y + 4 = 0$  ตามลำดับ เส้นตรง  $l_1$  และ  $l_2$  ตัดกันที่จุด  $C$  และต่างก็สัมผัสวงกลมทั้งสองโดยสัมผัสวงกลม  $O_1$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  ค่าของ  $\widehat{\sin ACB}$  จะเป็นเท่าใด
- กำหนดให้  $f(x) = a + bx^c$  โดยที่  $f(1) = 7, f(2) = 10$  และ  $f(4) = 15$  จะได้  $c(a-b)$  มีค่าเท่าใด



14. กำหนดให้  $\log_6 27 = r$  และ  $2^{\log_4 576} = 2^{x+y} \cdot 3^{x-y}$

จะได้  $[(3-r)\log_{\sqrt{2}} 108 - 2r]^{xy}$  มีค่าเท่าใด

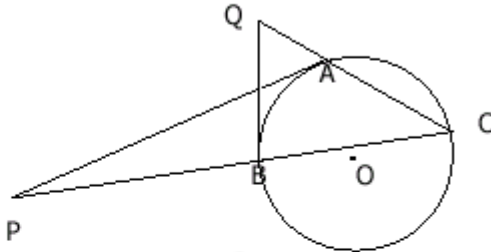
15. ถ้า  $\sum_{k=1}^n \tan^{-1}\left(\frac{1}{k^2 + k + 1}\right) = \tan^{-1} x - \frac{\pi}{4}$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าใด





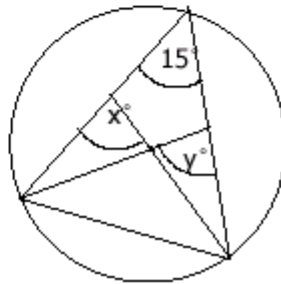
9. จากรูป  $\overline{PA}$  และ  $\overline{QB}$  สัมผัสวงกลมที่จุด  $A$  และ  $B$  ตามลำดับ ถ้า  $QB = \frac{1}{3}PA$  แล้ว

$\frac{QA \cdot QC}{PB \cdot PC}$  มีค่าเป็นเท่าใด



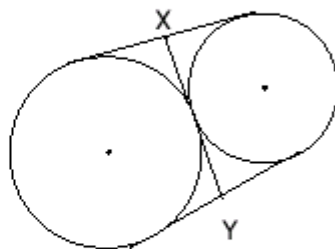
- ก.  $\frac{1}{9}$
- ข.  $\frac{2}{9}$
- ค.  $\frac{1}{3}$
- ง.  $\frac{2}{3}$

10. จากรูป  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $\sin(x^\circ + y^\circ) + \cos(x^\circ + y^\circ) - \tan(x^\circ + y^\circ)$  มีค่าเท่าใด



- ก.  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$
- ข.  $\frac{-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$
- ค.  $\frac{3\sqrt{2}-5-\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-1}$
- ง.  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}$

11. จากรูป วงกลม  $O_1$  และ  $O_2$  มีรัศมียาว  $r_1$  และ  $r_2$  ตามลำดับ โดยที่  $r_1 > r_2$  แล้ว  $XY$  มีค่าเท่าใด



- ก.  $\frac{2r_1r_2}{r_1+r_2}$
- ข.  $\frac{4\sqrt{r_1r_2}}{r_1+r_2}$
- ค.  $2\sqrt{r_1r_2}$
- ง.  $r_1+r_2-\sqrt{r_1r_2}$

12. กำหนดให้  $\frac{\log x^2}{a^2-b^2} = \frac{\log y^2}{b^2-c^2} = \frac{\log z^2}{c^2-a^2}$  จะได้  $\sqrt{xyz}$  มีค่าเท่าใด

- ก. 4
- ข. 2
- ค. 1
- ง. 0

13. คำตอบของสมการ  $2(2^x + 4^x) = 3^x - 6^x + 9^x$  อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

- ก.  $(-1,0)$
- ข.  $(0,1)$
- ค.  $(1,2)$
- ง.  $(2,3)$



## 14. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. มีจำนวนเต็ม  $a$  ที่ทำให้  $2^{\ln a} > a$ 2. อสมการ  $\log_2(4^x + 1255) < x + 8$  มีคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มอยู่ 4 จำนวน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ 1. และ ข้อ 2. เป็นจริง

ข. ข้อ 1. เป็นจริง แต่ ข้อ 2. เป็นเท็จ

ค. ข้อ 1. เป็นเท็จ แต่ ข้อ 2. เป็นจริง

ง. ข้อ 1. และ ข้อ 2. เป็นเท็จ

15. กำหนดให้ช่วง  $(a, b)$  เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $3(2^{\log x}) > 2 + x^{\log 4}$  แล้ว  $a + b$  มีค่าเท่าใด

ก. 8

ข. 11

ค. 13

ง. 16

16. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน  $f(3x - 5) = 18x^2 - 57x + 48$  จะได้  $(f \circ f)(-1) - f^2(1)$  มีค่าเท่าใด

ก. 3

ข. 5

ค. -2

ง. -1

17. กำหนดให้  $A(x) = \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos 2539x$  ผลบวกของค่า  $x$  ทั้งหมดในช่วง  $[0, \pi]$  ซึ่งทำให้  $A(x) = 0$  เป็นเท่าใดก.  $1269.5\pi$ ข.  $1270.5\pi$ ค.  $2539\pi$ ง.  $2540\pi$ 18. วงกลม 2 วง มีรัศมีเท่ากัน และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_1$  และ  $O_2$  ตามลำดับ วงกลมทั้งสองนี้ตัดกันที่จุด  $A$  และ  $B$  โดยที่  $\widehat{AO_1B} = \theta$  ถ้าพื้นที่ร่วมกันของวงกลมทั้งสองเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่วงกลม  $O_1$ 

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก.  $\theta = \pi + \sin \theta$ ข.  $\theta = \frac{\pi}{2} + \sin \theta$ ค.  $\theta = \pi + \cos \theta$ ง.  $\theta = \frac{\pi}{2} + \cos \theta$ 

## 19. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นเมตริกซ์  $4 \times 4$  และไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน แล้ว  $(\text{adj} A)(\text{adj} B) = \text{adj}(BA)$ 2. ถ้า  $A$  เป็นเมตริกซ์  $4 \times 4$  แล้วจะมีเมตริกซ์  $B$  และ  $C$  ซึ่ง  $A = B + C$ โดยที่  $B^t = B$  และ  $C^t = -C$ 

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ 1. และ ข้อ 2. เป็นจริง

ข. ข้อ 1. เป็นจริง แต่ ข้อ 2. เป็นเท็จ

ค. ข้อ 1. เป็นเท็จ แต่ ข้อ 2. เป็นจริง

ง. ข้อ 1. และ ข้อ 2. เป็นเท็จ

20. กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ \sin \theta & \cos 3\theta & 1 \\ -\cos \theta & \sin 3\theta & 1 \end{bmatrix}$  โดยที่  $\theta \in [0, 2\pi]$ ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ  $\det A = 4$  เป็นเท่าใดก.  $\frac{3\pi}{2}$ ข.  $\frac{5\pi}{2}$ ค.  $3\pi$ ง.  $\frac{7\pi}{2}$





**ตอนที่ 2** ชนิดเติมเฉพาะคำตอบ มี 15 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

- กำหนดให้  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$   
โดยที่  $f(x) - f(x-1) = 2x$  และ  $f(1) = 3$  ค่าของ  $f(x)$  เป็นเท่าใด
- ถ้าผลคูณของรากสองรากจากทั้งหมด 4 รากของสมการ  $x^4 - 17x^3 + kx^2 + 32x - 384 = 0$   
เป็น  $-16$  แล้ว  $k$  มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้  $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } (x+1)^{\log x} < x\}$   
ผลบวกของสมาชิกทุกตัวใน  $A$  มีค่าเท่าใด
- ถ้ามี  $A, B \in (0, \frac{\pi}{2})$  ที่ทำให้  $\tan A$  และ  $\tan B$  เป็นรากของสมการ  $x^2 + px + q = 0$  แล้ว  
 $\sin^2(A+B) + p \sin(A+B) \cos(A+B) + q \cos^2(A+B)$  มีค่าเท่าใดในพจน์ของ  $p, q$
- ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งทำให้  $(x-a)(x-10)+1$  แยกตัวประกอบได้ในรูป  $(x+b)(x+c)$   
โดยที่  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม แล้ว  $a$  คือจำนวนใด
- กำหนดให้  $A$  เป็นจำนวนนับ ซึ่งประกอบด้วยเลข 7 จำนวน 1001 ตัว เศษเหลือจากการ  
หาร  $A$  ด้วย 1001 เป็นเท่าใด
- กำหนดให้  $A = 523xxx$  เป็นจำนวนนับ 6 หลัก ซึ่งหารด้วย 7, 8 และ 9 ลงตัว  $A$  ที่น้อยที่  
สุดที่สอดคล้องเงื่อนไขข้างต้นคือจำนวนใด
- $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{12^2} + \dots + \frac{1}{1000^2}$  มีค่าเท่าใด  
(ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่งที่มีค่าผิดพลาดน้อยกว่า 0.006)
- จำนวนนับ  $n$  ทั้งหมดซึ่งน้อยกว่า 50 ที่ทำให้  $(n-1)!$  หารด้วย  $n$  ไม่ลงตัว มีกี่จำนวน
- รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  มีความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A, B$  และ  $C$  เป็น  $a, b$  และ  $c$  ตามลำดับ  
โดยที่  $b < c$  มี  $D$  เป็นจุดอยู่บนด้าน  $BC$  ที่ทำให้  $AD = AC$  ถ้า  $BD = x$  หน่วย แล้วค่าของ  
 $(x+a)^2 + (x+a)^2 \tan^2 B$  ในพจน์ของ  $a, b, c$  เป็นเท่าใด
- $\frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} A} + \frac{2}{\log_{\frac{2}{3}} A} + \frac{3}{\log_{\frac{3}{4}} A} + \frac{4}{\log_2 A}$  มีค่าเท่าใด
- เซตคำตอบของสมการ  $|x-1| + |x-2| + |x-3| + \dots + |x-11| = 55$  คือเซตใด
- เส้นตรง  $x-2y-5=0$  ตัดกับวงกลม  $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 10 = 0$  ที่จุด  $A$  และ  $B$  ถ้า  $O$   
เป็นจุดกำเนิด แล้ว  $\hat{AOB}$  มีขนาดเท่าใด
- ถ้า  $\sin(x+y) = 2\sin(x-y)$  และ  $2x+y = \frac{\pi}{2}$  แล้ว  $\tan^2 x$  มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้  $A$  เป็นเมตริกซ์ มิติ  $4 \times 4$  และไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน  $\det(\text{adj} A) - \det(A^3)$  มี  
ค่าเท่าใด

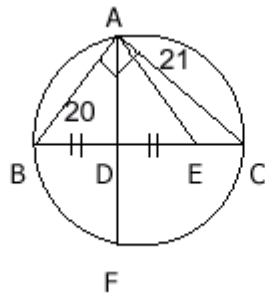




9. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาว 10 หน่วย สูง 6 หน่วย และมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใหญ่ที่สุดซึ่งบรรจุในสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

- ก. 15 ตร.น.                      ข. 20.5 ตร.น.                      ค. 25 ตร.น.                      ง. 27.5 ตร.น.

10. จากรูป  $BD = DE$  รัศมีของวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นเท่าใด



- ก. 9.5                      ข. 10                      ค. 10.5                      ง. 14.5

11. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(1,2)$  ด้าน AB, BC และ AD มีสมการเป็น  $3x - 4y - 10 = 0$ ,  $4x + 3y - 25 = 0$  และ  $ax + by + c = 0$  ตามลำดับ จะได้  $ab + bc + ca$  มีค่าเท่าใด ( $a, b, c$  ไม่มีตัวประกอบร่วม)

- ก. 47                      ข. 54                      ค. 82                      ง. 117

12. กำหนดให้ A และ B เป็นเมตริกซ์มิติ  $n \times n$  และ  $A \neq B$  ถ้า  $A^3 = B^3$  และ  $A^2B = B^2A$  แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก.  $A^2 + B^2$  เป็นเมตริกซ์เอกฐาน                      ข.  $A^2 + B^2$  ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน  
 ค.  $A^2 - B^2$  เป็นเมตริกซ์เอกฐาน                      ง.  $A^2 - B^2$  ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน

13. กำหนดให้  $\log_a b + 4\log_b a = 5$ ,  $a^2 + b = 272$  และ  $a \neq b$  แล้ว  $ab$  มีค่าเท่าใด

- ก. 789                      ข. 1024                      ค. 1235                      ง. 1416

14. ถ้า  $5 \tan A = \tan(A+B)$  จะได้  $\frac{\sin(2A+B)}{\sin B}$  มีค่าเท่าใด

- ก.  $\frac{5}{3}$                       ข.  $\frac{5}{4}$                       ค.  $\frac{4}{3}$                       ง.  $\frac{3}{2}$

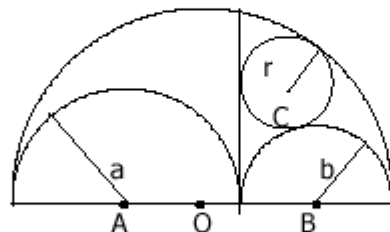
15. ถ้า  $a \cos \theta + b \sin \theta + c = 0$  และ  $a \cos \phi + b \sin \phi + c = 0$  โดยที่  $a, b, c$  ไม่เท่ากับ 0 และ  $\phi - \theta \neq 0$  และไม่เป็นพหุคูณของ  $2\pi$  แล้ว  $\frac{2c^2 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$  มีค่าเท่าใดในเทอมของ  $\theta$  และ  $\phi$

- ก.  $\sin(\phi - \theta)$                       ข.  $\cos(\phi - \theta)$                       ค.  $\tan(\phi - \theta)$                       ง.  $\cot(\phi - \theta)$



ตอนที่ 2 (ชนิดเติมคำตอบ มี 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน)

- กำหนดให้ สำหรับฟังก์ชันใด ๆ  $h^n(x) = \underbrace{h(h(\dots h(x)))}_{n \text{ times}}$  ถ้า  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$  และ  $f^{-n}(x) = (f^{-1})^n(x)$  แล้ว  $f^{-1997}(2540)$  มีค่าเท่าใด
- จำนวนจริง  $a, b, c$  เป็นรากของสมการ  $x^3 + px^2 + 3x - 10 = 0$  ถ้า  $c - b = b - a > 0$  จะได้  $p$  มีค่าเท่าใด
- กำหนดให้  $A = \{3(xy + yx + zx) \mid x, y, z \text{ เป็นจำนวนจริงบวกที่น้อยกว่า 1 และ } x + y + z = 2\}$  ค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ  $A$  มีค่าเท่าใด
- จำนวนเต็ม  $x \neq 0$  ที่ทำให้  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  เป็นกำลังสองสมบูรณ์มีค่าเท่าใด
- ค่า  $x$  ซึ่งสอดคล้องสมการ  $\sqrt{2ab + 2ax + 2bx - a^2 - b^2 - x^2} = \sqrt{ax - a^2} + \sqrt{bx - b^2}$  เมื่อ  $a > 0, b > 0$  มีค่าเท่าใด
- ถ้า  $x = \sqrt{2} - 1$  แล้ว  $1 + 6x + 3x^2 + x^6 - 2x^7 - 2x^8 + 2x^9 + x^{10}$  มีค่าเท่าใด
- ถ้า  $x, y, z$  เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง  $x + y + z = a$  และ  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{2}$  และ  $y \leq ka$  ค่า  $k$  ที่น้อยที่สุดเป็นเท่าใด
- กำหนดให้  $r$  และ  $s$  เป็นเลขโดดในหลักสิบและหลักหน่วยของ  $7^{14^{14}}$  จะได้  $r$  และ  $s$  คือ เลขใด
- กำหนดให้  $m + (m+1) + (m+2) + \dots + (m+k) = 1000$  โดยที่  $m$  และ  $k$  เป็นจำนวนเต็มบวกค่า  $m$  ที่น้อยที่สุดเป็นเท่าใด และ  $k$  ที่สอดคล้องกับ  $m$  นั้นเป็นเท่าใด
- 



จากรูป  $A, O, B$  เป็นจุดศูนย์กลางของครึ่งวงกลม และ  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม แล้ว  $r$  มีค่าเท่าใดในเทอมของ  $a$  และ  $b$

- กำหนดให้  $P = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix}$  และ  $A, B, C, D, E, F$  เป็นโคแฟกเตอร์ของสมาชิก  $a, b, c, d, e$  และ  $f$  ตามลำดับ ถ้า  $\det P = k \neq 0$  แล้ว  $DF - E^2$  มีค่าเท่าใดในเทอมของ  $k$  และ  $a$
- กำหนดให้  $2\sin x \cos y = \cos^2 x - \cos^2 y$  และ  $2\cos x \sin y = 1.5$  โดยที่  $0 \leq x \leq \pi$  และ  $0 \leq y \leq \pi$  แล้ว  $x - y$  มีค่าเท่าใด
- $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมี  $r$  มี  $A$  เป็นจุดภายในวงกลม และ  $OA = a$  หน่วย  $\overline{PQ}$  เป็นคอร์ดของวงกลมผ่านจุด  $A$  ถ้า  $\hat{AOP} = 2\alpha$  และ  $\hat{AOQ} = 2\beta$  จะได้  $\tan \alpha \tan \beta$  มีค่าเท่าใดในเทอมของ  $r$  และ  $a$



14. เส้นตรง  $y = x + k$  ( $k > 0$ ) ตัดพาราโบลา  $y = x^2$  ที่จุด A และ B ถ้า  $\widehat{AOB} = 120^\circ$  เมื่อ O เป็นจุดกำเนิด แล้ว k มีค่าเท่าใด
15. วงกลม  $C_1$  และ  $C_2$  มีสมการเป็น  $x^2 + y^2 = 4$  และ  $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$  ตามลำดับ วงกลม  $C_3$  มีศูนย์กลางที่จุด  $P(x_0, y_0)$  รัศมี r และสัมผัสภายนอกวงกลม  $C_1$  และ  $C_2$  แล้ว  $x_0$  มีค่าเท่าใดในเทอมของ r
16. จุด  $P(\operatorname{asec}\theta, \operatorname{atan}\theta)$  เมื่อ  $\theta$  เป็นค่ามุมใด ๆ อยู่บนไฮเพอร์โบลา  $x^2 - y^2 = a^2$  จุด A มีพิกัดเป็น  $(3a, 0)$  ทางเดินของจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AP}$  ทำให้เกิดไฮเพอร์โบลารูปใหม่ พิกัดของจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลารูปนี้เป็นเท่าใด
17. เส้นตรง l ทำมุม  $60^\circ$  กับแกนเอกของวงรี  $3x^2 + 4y^2 - 6x - 16y + 7 = 0$  ที่จุดศูนย์กลางของวงรีและตัดวงรีที่จุด A และ B แล้ว  $\overline{AB}$  ยาวเท่าใด.
18. กำหนดให้  $\log_8 9 = a$  และ  $\log_2 5 = b$  จะได้  $\frac{5^{\log_{25}(2b+2)^2}}{\log 15}$  มีค่าเท่าใด
19. ผลคูณของรากทั้งหมดของสมการ  $\sqrt[3]{2 - \log x} + \sqrt[3]{1 - 2 \log x} + \sqrt[3]{6 + 3 \log x} = 0$  มีค่าเท่าใด
20. กำหนดให้  $p = 2^{x+2} - 3 \cdot 4^x$  เมื่อ x เป็นจำนวนจริง ค่ามากที่สุดของ p เป็นเท่าใด

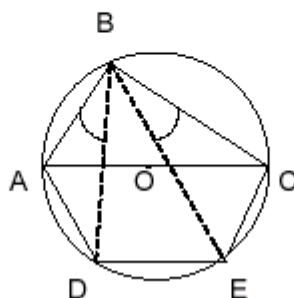




ตอนที่ 2 (ชนิดเติมคำตอบ มี 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน)

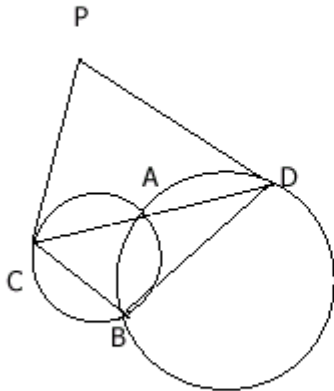
คำสั่ง : เขียนคำตอบให้อยู่ในรูปที่ง่ายที่สุด

- ให้  $a > 0$  และสมการ  $2x^2 - ax + 3 = 0$  มีคำตอบคือ  $\alpha$  และ  $\beta$   
ถ้า  $\frac{1}{\alpha^2}$  และ  $\frac{1}{\beta^2}$  เป็นคำตอบของสมการ  $9x^2 - 52x + 4 = 0$  ค่าของ  $a$  เท่ากับเท่าใด
- จงหาจำนวนคู่อันดับ  $(A, B)$  ทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้  
(I)  $A$  และ  $B$  เป็นสับเซตของ  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$   
(II)  $A \cap B \neq \emptyset$   
(III)  $A - B = \{1, 2, 3, 4\}$  และ  $B - A = \{6, 8, 10\}$
- ให้  $h = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid h(x) = x^2 + x, x \geq 0\}$  จงหา  $(h \circ h)^{-1}(12)$
- จงหาค่าของ  $\tan 46^\circ + \tan 44^\circ - \tan 1^\circ (\tan 46^\circ - \tan 44^\circ)$
- เส้นตรง  $x + y + 1 = 0$  ตัดวงกลม  $x^2 + y^2 + 2x - 2cy + \frac{c^2}{2} = 0$  ( $c$  เป็นจำนวนจริง) ที่จุด  $A$  และ  $B$  แล้ว  $\overline{AB}$  ยาวกี่หน่วย
- กำหนดให้  $\sec^2(A+B) + \csc^2(A-B) = 2$  โดยที่  $0 \leq A \leq \frac{\pi}{2}$  และ  $-\frac{\pi}{2} \leq B \leq 0$  จงหาค่าของ  $2 \sin B \cos A$
- กำหนดให้  $A, B$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $3 \times 3$  และ  $I$  เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ ขนาด  $3 \times 3$  ซึ่ง  $B = P^{-1}AP$  สำหรับบางเมตริกซ์  $P$  ที่มีใช้เอกฐาน  
ถ้า สำหรับทุก  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\det(A - xI) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  จงหา  $\det(B + I)$
- กำหนดระบบสมการเชิงเส้น  $x - 2y = 1$ ,  $x - y + kz = -2$ ,  $ky + 4z = 6$   
ค่า  $k$  เป็นเท่าใด ที่ทำให้ระบบสมการนี้ไม่มีผลเฉลย
- ถ้า  $\sqrt{3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3^{x+\frac{1}{2}} - 3} + \sqrt{3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3^{x+\frac{1}{2}} + 3} = 2^{\log_4(3 \cdot 9^x + (6-3\sqrt{3})3^x)}$  จงหาค่าของ  $x$
- ให้  $U = \{1, 2, 3, \dots, 2541\}$  และ  $X = \{n \in U \mid \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \in I^+\}$  จงหาจำนวนสมาชิกของ  $X$
- ให้  $U = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$  และ  $A = \{n \in U \mid \frac{n(n+1)}{2} \text{ หาร } n! \text{ ลงตัว}\}$  จงหา  $n(A)$
- ให้  $a = 7^{2541}$  และ  $b = a^{2541}$  ถ้า  $r$  และ  $s$  คือค่าประจำหลักสิบและหลักหน่วยของ  $b$  แล้ว  
ค่าของ  $r$  และ  $s$  เป็นเท่าใด
- จากรูป ถ้า  $\hat{A}BD = \hat{C}BE$  ทำให้  $DE = AB = 6$  หน่วย และ  $BC = 8$  หน่วย  
จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$

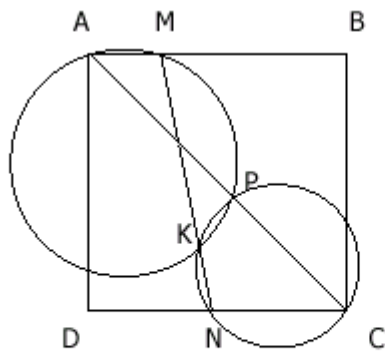




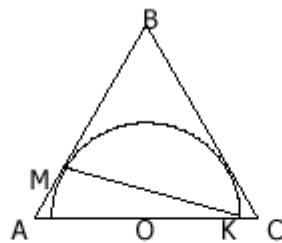
14. จากรูป วงกลมตัดกันที่จุด A และ B มี C และ D เป็นจุดสัมผัสทำให้ C,A,D อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ถ้า  $\hat{P} = 75^\circ, \hat{PCD} = 60^\circ$  และ  $PC = 4$  ซม. จงหาค่าของวงกลมที่ล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม BCD



15. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีพื้นที่ 3 ตร.ซม. วงกลมที่อยู่ด้านบนซ้าย ตัด  $\overline{AB}$  ที่จุด M และ N เป็นจุดใด ๆ บน  $\overline{DC}$  ทำให้  $\overline{MN}$  ตัดวงกลมอีกจุดหนึ่งที่ K สร้างวงกลมผ่านจุด C,N,K ตัดวงกลมวงแรกที่ K และ P จงหา  $AP+PC$  (ห้ามตอบค่าประมาณ)



16. รูปสามเหลี่ยม ABC มี  $AB=BC$  ถ้า  $\tan A = \frac{15}{8}$  และวงกลม O มีรัศมียาว 1" จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม AMK (ห้ามตอบค่าประมาณ)



17. จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อหารด้วย 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 จะเหลือเศษ 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 ตามลำดับ แต่เมื่อหารด้วย 11 จะเหลือเศษ 2
18. จงเขียนกราฟของ  $y^2 - (|x-2| + |x-6|)y + |x^2 - 8x + 12| = 0$
19. ให้  $A = \{1,2,3,\dots,10\}$  ความสัมพันธ์ r ในเซต A ซึ่ง  $(1,2) \in r$  หรือ  $(2,1) \in r$  ทั้งหมดมีกี่ความสัมพันธ์





20. ให้  $f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x < 1 \\ 2x-1 & , 1 \leq x < 2 \\ x^2+1 & , 2 \leq x < 3 \\ \sin[(x-3)\frac{\pi}{2}]+10 & , 3 \leq x < 4 \end{cases}$

จงหา  $f^{-1}(8) + f^{-1}(\frac{21}{2})$  (ห้ามตอบค่าประมาณ)

21. กำหนดให้  $0 < y < x$  ถ้าให้  $\log_2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 2$  และ  $\log_2 x + \log_2 y = 2$  แล้ว ค่าของ  $\log_2(x^2 - y^2) - \log_2(3xy)$  มีค่าเท่าใด

22. ให้  $I^+$  แทนเซตของจำนวนเต็มบวก

$$B = \{(a,b) \in I^+ \times I^+ \mid ab = 10^6, a < b \text{ และ } 10 \text{ หาร } a \text{ ไม่ลงตัว}\}$$

จงหาจำนวนสมาชิกของ B

23. ถ้า  $xyz = 1$  และ  $x, y, z > 0$  แปรค่าได้ จงหาจำนวนจริงบวกที่มากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$$

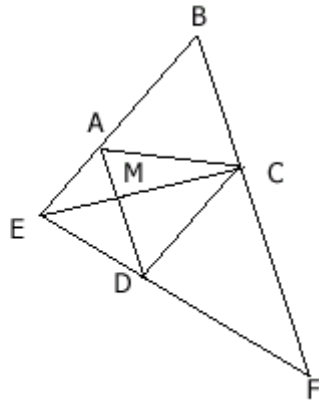
24. กำหนดให้  $\log_b(x^2y^5) = p$  และ  $\log_b(x^7y^3) = q$  จงหาค่า  $\log_b \sqrt{xy}$

25. ในการเขียนตัวเลขแทนจำนวนในระบบฐานสิบ ตั้งแต่ 1 ถึง  $10^6$  จะต้องใช้ 0 ทั้งหมดกี่ตัว

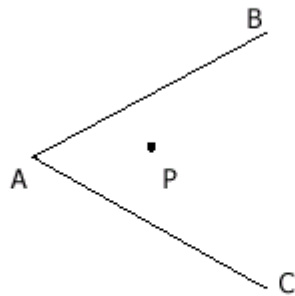


ตอนที่ 3 (ชนิดเติมคำตอบ พร้อมเหตุผลสั้น ๆ หรือรูป ข้อละ 5 คะแนน)

- ถ้าเขียนเลข 1 ถึง 9999 ผลบวกของค่าเลขโดดทั้งสี่ที่ใช้ในการนี้เป็นเท่าใด
- ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มี  $\hat{B} = 60^\circ$  จงหารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันมา 2 ชุด พร้อมให้เหตุผลสั้น ๆ (ใช้เฉพาะรูปสามเหลี่ยมที่มีตัวอักษรที่กำกับไว้ในรูปเท่านั้น)



- จากรูป จงลากเส้นผ่านจุด P ซึ่งถ้าให้ตัด  $\overline{AB}$  ที่ X และ  $\overline{AC}$  ที่ Y แล้ว  $PX = PY$  (เขียนรูปแสดงอย่างมีหลักการ บรรยายประกอบสั้น ๆ)



- จากจำนวน 1 ถึง 2541 มีจำนวนเต็มที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 2541 กี่จำนวน บอกการคิดสั้น ๆ (หมายเหตุ ถ้า ห.ร.ม. ของ a กับ b เป็น 1 กล่าวว่า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ซึ่งกันและกัน)

**ข้อสอบแข่งขัน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์โอลิมปิกแห่งประเทศไทย ประจำปี 2542**

วิชาคณิตศาสตร์

(สอบแข่งขันรอบที่ 1)

สอบวันเสาร์ที่ 26 มิถุนายน 2542

เวลา 09.00 – 12.00 น.

ตอนที่ 1 (ชนิดเลือกคำตอบ มี 20 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน)

- นิเสธของข้อความ "สำหรับจำนวนที่  $x$  ใด ๆ  $x^3 - x$  เป็นจำนวนคี่" คือข้อความใดต่อไปนี้
  - สำหรับจำนวนที่  $x$  ใด ๆ  $x^3 - x$  เป็นจำนวนคู่
  - มีจำนวนที่  $x$  บางตัว ซึ่ง  $x^3 - x$  เป็นจำนวนคู่
  - มีจำนวนที่  $x$  บางตัว ซึ่ง  $x^3 - x$  เป็นจำนวนคี่
  - สำหรับจำนวนที่  $x$  ใด ๆ  $x^3 - x$  เป็นจำนวนคี่
- จำนวนเต็มบวก  $n$  ทั้งหมด ที่น้อยกว่า 2542 ที่มีสมบัติว่า สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $m$  ที่มากกว่า 2542 ได้ว่า  $n$  หาร  $m$  ไม่ลงตัว มีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
  - 0 จำนวน
  - 1200 จำนวน
  - 1271 จำนวน
  - 1342 จำนวน
- ให้  $A$  คือ จุด  $(2,1)$  และ  $P$  เป็นจุดบนวงกลม  $x^2 + y^2 = 1$  ที่อยู่ใกล้จุด  $A$  มากที่สุด ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $4x - 3y + 12 = 0$  และ จุด  $P$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
  - $\frac{12 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
  - $\frac{12 + \sqrt{5}}{5}$
  - $\frac{12\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5}}$
  - $\frac{12\sqrt{5} - 2}{5}$
- ให้  $P$  คือ จุด  $(1,1)$  และ  $O$  คือจุด  $(0,0)$  กราฟของจุด  $Q$  ทั้งหมดในระนาบ  $XY$  ที่สอดคล้องสมการ  $2(PQ)^2 - 3(OQ)^2 = 8$  คือข้อใดต่อไปนี้
  - เส้นตรง
  - วงกลม
  - วงรี
  - ไฮเพอร์โบลา
- กำหนดให้  $r = \{(x,y) | (y^2 = x \text{ ถ้า } y \geq 0) \text{ และ } (y^3 = -x \text{ ถ้า } y < 0)\}$  ค่าของ  $r^{-1}(-4)$  จะเท่ากับข้อใด
  - 16
  - 16
  - 64
  - 64
- กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่ ทำให้  $\sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \ln\left(\frac{k+3}{k+1}\right) = 2\ln 6 - \ln 23$  จะได้ว่า  $n$  คือจำนวนในข้อใดต่อไปนี้
  - 21
  - 23
  - 25
  - 27
- กำหนดให้  $p(x) = x^2 + bx + c$  โดยที่  $b, c \in I$  ถ้า  $p(x)$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $f(x)$  และ  $g(x)$  โดยที่  $f(x) = x^4 + 6x^2 + 25$  และ  $g(x) = 3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$  แล้ว  $p(1)$  จะเท่ากับข้อใด
  - 0
  - 1
  - 2
  - 4
- กำหนดให้  $A = \{(x,y) | 27^x - 3(9^x) + 4 = \sqrt{1 - 3^{(y^2)}}\}$  จำนวนสมาชิกของเซต  $A$  เท่ากับข้อใด
  - 0
  - 1
  - 2
  - 3

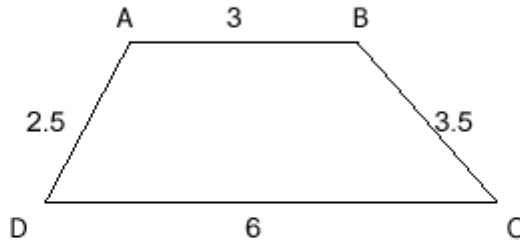






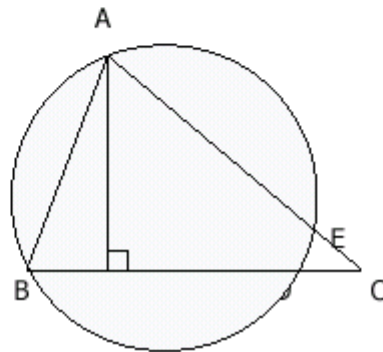
ตอนที่ 2 (ชนิดเติมคำตอบ มี 10 ข้อ ๆ ละ 4 คะแนน)

1. ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 1 หน่วย  $C$  เป็นจุดภายนอกวงกลมวงนี้ โดยที่  $AC$  สัมผัสวงกลมที่จุด  $A$  และ  $CO$  ตัดวงกลมที่  $P$  ถ้าพื้นที่สามเหลี่ยม  $APC$  เป็น 2 เท่า ของพื้นที่สามเหลี่ยม  $OPA$  จงหาว่า  $OC$  ยาวกี่หน่วย
2. ให้  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยที่  $\overline{AB}$  ขนานกับ  $\overline{CD}$  และมีความยาวด้าน กำหนดดังรูป



ถ้า  $F$  เป็นจุดกึ่งกลางด้าน  $AD$  แล้ว จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $FBC$

3. จากรูป ถ้า  $AB = 10$  หน่วย  $BD = 12$  หน่วย  $DC = 2$  หน่วย  $EC = \frac{7}{4}$  หน่วย แล้ว  $AF$  เป็นเท่าใด



4. จงหาเซตคำตอบของสมการ  $x(x+1)(x+2) = \frac{8 \times 15}{7^3}$
5. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงแล้ว ให้  $[a]$  คือ จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ  $a$  จงหาเซตคำตอบของสมการ  $[1-2x] = 3$
6. จงหาจำนวนเต็มบวก  $m$  ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไข (I)–(III) ต่อไปนี้
  - (I)  $m \leq \left\lfloor \frac{2542}{4} \right\rfloor$
  - (II) ห.ร.ม  $(2542, m) \neq 1$
  - (III) ห.ร.ม  $(m+2, 2550) = 5$
7. ให้  $0^\circ < \beta < \alpha < 90^\circ$  และ  $\sin \alpha, \sin \beta$  เป็นรากของสมการ  $x^2 - (\sqrt{2} \cos 20^\circ)x + \cos^2 20^\circ - \frac{1}{2} = 0$  จงหาว่า  $5\alpha - 3\beta$  เท่ากับกี่องศา
8. กำหนดให้  $A = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{ เป็นจำนวนเต็ม และ } x + y + z = x^3 + y^3 + z^3 = 3\}$  จงหาจำนวนสมาชิกของเซต  $A$



9. ให้ A และ B คือ จุด  $(10,3)$  และ  $(5,5)$  ตามลำดับ ถ้า P และ Q เป็นจุดใด ๆ บนแกน X และ Y ตามลำดับ แล้ว  $AP+PQ+BQ$  มีค่าน้อยสุด เป็นเท่าใด
10. กำหนดให้  $f:I \rightarrow I$  มีสมบัติว่า  $f(0) = 1$  และ  $f(f(n)) = f(f(n+2)+2) = n$  ทุก ๆ  $n \in I$   
จงหาค่าของ  $f(2542)$